Vorwort zur digitalisierten Ausgabe, Januar 2014

Herbert Hörz, Mitherausgeber dieses Manuskriptdrucks („Mathematisierung der Wissenschaften. Beiträge zu ihrer weltanschaulichen, erkenntnistheoretischen und methodologischen Problematik“) aus dem Jahre 1989, informierte mich darüber, dass der Initiator und Gestalter des Max-Stirner-Archivs, der Philosoph Kurt W. Fleming, philosophische Literatur, die in gedruckter Form nicht mehr zugänglich ist, digitalisiert und auf der Internetseite des Archivs der Öffentlichkeit unter dem Titel „Philosophie digital 2.0“ wieder für Interessierte zugänglich macht (http://www.max-stirner-archiv-leipzig.de/philosophie.html). In der Liste der digitalisierten Bücher sind auch solche, die der sog. „Abwicklung“ zum Opfer fielen. Auf diese Problematik ist H. Hörz in seinem aktuellen Vorwort (Januar 2014) zu seinem Buch „Philosophie der Zeit“ eingegangen. Er schreibt dort: „Nach 1990 begann eine Zeit des ‚Büchersterbens‘ für ‚unzeitgemäße‘ Literatur“. Hörz zitiert Prof. Dr. Jürgen Mittelstraß, der auf einem Symposium von 2002 erklärte: „Wenn ich als altes Wissenschaftsratsmitglied, das sowohl im Evaluationsausschuß als auch im Strukturausschuß und in vielen Kommissionen beider Ausschüsse gedient hat, einen Wunsch frei haben sollte, dann den, daß wir gemeinsam noch einmal über die Bücher gehen und - sei es auch nur auf eine mehr oder weniger symbolische Weise - gutzumachen suchen, was damals, unter wesentlicher Mitwirkung des Wissenschaftsrates oder bewirkt durch die Empfehlungen des Wissenschaftsrates, an persönlichem Unrecht geschah - gegenüber Akademieangehörigen, die, obgleich von bewiesener und bestätigter wissenschaftlicher Leistungsfähigkeit, freigestellt, unzureichend weiterfinanziert und schließlich doch fallengelassen wurden, und gegenüber Hochschullehrern, die, wiederum trotz bewiesener und dokumentierter wissenschaftlicher Leistungsfähigkeit, der Schließung (‚Abwicklung‘) ihrer Einrichtungen zum Opfer fielen.“ (http://www.max-stirner-archiv-leipzig.de/dokumente/Hoerz-Philosophie_der_Zeit.pdf)

Ich danke, auch im Namen von Herbert Hörz, unserem Kollegen Fleming für seine Mühen, die er mit der Digitalisierung des Manuskriptdrucks „Mathematisierung der Wissenschaften. Beiträge zu ihrer weltanschaulichen, erkenntnistheoretischen und methodologischen Problematik“ auf sich genommen hat. Damit ist erstens ein zeithistorisches Dokument zugänglich, das zeigt, wie Wissenschaftsphilosophen der DDR international diskutierte Probleme aufgriffen und eigene konzeptionelle Vorstellungen begründeten. Zweitens wird deutlich, dass in die internationale Kooperation mit Partnern aus der Sowjetunion nicht nur Wissenschaftsphilosophen, sondern auch (hervorragende) Mathematiker und Logiker einbezogen waren. Man wünschte sich auch gegenwärtig mehr Initiativen zu einer konstruktiven interdisziplinären Zusammenarbeit. Drittens sind die behandelten Probleme und Lösungsvorschläge weiter aktuell und könnten die Diskussion um die Effektivität der Mathematik, einschließlich der mit der mathematischen Modellierung verbundenen philosophischen Aspekte befruchten (vgl. Herbert Hörz/ Rainer Schimming, Die unglaubliche Effektivität der Mathematik in den Wissenschaften – Zur Konzeption eines Rationalen Potenzialismus, in: Gerhard Banse/Wolfgang Küttler/Roswitha März (Hrsg.), Die Mathematik im System der Wissenschaften, trafo Verlag, Berlin 2009 (Abhandlungen der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften, Bd. 24), S. 21-45).

1972 wurde am Zentralinstitut für Philosophie der Akademie der Wissenschaften der DDR der Bereich „Philosophische Fragen der Wissenschaftsentwicklung“ unter der Leitung von Herbert Hörz gegründet. Seit seiner Gründung strebte der Bereich die Herstellung offizieller langfristiger Arbeitsbeziehungen zum Bereich „Philosophische Fragen der Naturwissenschaften“ des Instituts für Philosophie der Akademie der Wissenschaften der UdSSR an, insbesondere gemeinsam wissenschaftliche Projekte zu realisieren.

Vertreter beider Partnerbereiche trafen sich 1975 mit dem Ziel, das Gemeinschaftsprojekt mit dem prägnanten Kurztitel „Experiment – Modell – Theorie“ in die Wege zu leiten. Auf der

Grundlage eines gemeinsam erarbeiteten Programms fanden zu dieser Thematik 1976 in Berlin und 1977 in Moskau Symposien statt. Um möglichst vielen Interessenten mit den Vorträgen des Berliner Symposiums bekannt zu machen, erschienen 1977 in Berlin alle auf diesem Symposium gehaltenen Referate in einem Manuskriptdruck des Zentralinstituts für Philosophie der Akademie der Wissenschaften der DDR unter dem Titel „Experiment - Modell - Theorie“. In überarbeiteter Form wurden diese Referate und Beiträge weiterer Autoren dann 1982 in Berlin (H. Hörz/ M. E. Omel’janovskij (Hrsg.), Experiment - Modell - Theorie, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1982) und Moskau (Эксперимент – Модель – Теория, Издателсътво „Наука“, Москва – Берлин 1982) in Buchform publiziert.

In dem 1988 in Moskau in russischer Sprache erschienenen Band „Диалектика – Познание – Наука“ („Dialektik – Erkenntnistätigkeit – Wissenschaft“) mit Beiträgen einer Reihe von Mitarbeitern des Bereiches „Philosophische Fragen der Wissenschaftsentwicklung“ (J. Erpenbeck, H. Hörz, F. Gehlhar, K. Wenig, E. Dölling, S. Paul, N. Hager, U. Röseberg) werden von diesen teilweise in der kollektiven Monographie „Experiment – Modell – Theorie“ behandelte Probleme unter anderen Gesichtspunkten weiter vertieft. Das gilt analog auch für den ebenfalls 1988 in Moskau in russischer Sprache erschienenen Band „Единство научного знания“ („Die Einheit des wissenschaftlichen Wissens“) mit Beiträgen der Bereichsmitarbeiter H. Hörz, U. Röseberg und S. Paul.

Zu diesem Zeitpunkt arbeiteten Wissenschaftler der beiden Partnerbereiche „Philosophische Fragen der Wissenschaftsentwicklung“ (Berlin) und „Philosophische Fragen der Naturwissenschaften“ (Moskau) bereits längst am neuen Gemeinschaftsprojekt „Weltanschauliche, erkenntnistheoretische und methodologische Fragen bei der Mathematisierung der Wissenschaften“, dessen Realisierung im Großen und Ganzen dem gleichen Ablaufschema mit den gleichen grundlegenden Arbeitsschritten wie das bereits erfolgreich realisierte Projekt „Experiment – Modell – Theorie“ folgen sollte. Vielleicht ist es nicht uninteressant, unsere ursprünglichen Vorstellungen zur Gliederung der im Ergebnis einer erfolgreichen Projektrealisierung geplanten Buchpublikation darzulegen, wie wir sie im September 1983 unserem sowjetischen Partner vorgeschlagen haben, und diesen Gliederungsvorschlag dann zu vergleichen mit der Gliederung unseres Manuskriptdrucks „Mathematisierung der Wissenschaften. Beiträge zu ihrer weltanschaulichen, erkenntnistheoretischen und methodologischen Problematik“ aus dem Jahre 1989, der hier in digitalisierter Form vorliegt. Man wird so leicht erkennen, was wir ursprünglich beabsichtigten und „wir“ dann alles aber nicht realisiert haben. Auf die Gründe dafür werde ich weiter unten noch zu sprechen kommen.

Wir schlugen im September 1983 unserem sowjetischen Partner folgende Gliederung des beabsichtigten Buches vor:

Kap. 1: Einführungskapitel (Mathematisierung und WTR; Ursachen für die verstärkte Mathematisierung; Perspektiven der Mathematisierung; Mathematisierung als eine Grundtendenz der Wissenschaftsentwicklung)

I

Kap. 2: Zum Verhältnis von Philosophie und Mathematik in Geschichte und Gegenwart unter besonderer Berücksichtigung von Humanisierung und Mathematisierung als wesentliche Grundtendenzen der Wissenschaftsentwicklung

Kap. 3: Mathematik und Praxis

Kap. 4: Die dialektische Einheit von „reiner“ und angewandter Mathematik

Kap. 5: Die Einheit von qualitativen und quantitativen Methoden im wissenschaftlichen Erkenntnisprozess

Kap. 6: Methodologische Probleme der numerischen Mathematik

Kap. 7: Mathematisierung und Wissenschaftssprache

II

Kap. 8: Grundlegende Wege bei der Mathematisierung der Naturwissenschaften

Kap. 9: Mathematische Modellierung als eine Grundform der Mathematisierung

Kap. 10: Mathematische Hypothesen (Die Anwendung der Methode der mathematischen Hypothese in Naturwissenschaften und ihre heuristische Bedeutung für die Gesellschaftswissenschaften)

Kap. 11: Mathematische Experimente

Kap. 12: Mathematisierte naturwissenschaftliche Theorien

III

Kap. 13: Grundlegende Wege und Probleme bei der Mathematisierung der Gesellschaftswissenschaften

Kap. 14: Die heuristisch-methodologische Bedeutung mathematisierter Naturwissenschaften für die Mathematisierung von Gesellschaftswissenschaften

Kap. 15: Die Bedeutung der statistischen Gesetzeskonzeption für die Mathematisierung der Gesellschaftswissenschaften

Kap. 16: Methodologische Fragen bei der Anwendung der linearen Optimierung in der Ökonomie

Kap. 17: Die Methode der Simulation - ein effektives Hilfsmittel bei der Lösung bestimmter gesellschaftlicher Probleme

Kap. 18: Methodologische Fragen bei der Anwendung der Spieltheorie

IV

Kap. 19: Die Mathematisierung der Wissenschaften im Blickpunkt der weltanschaulichen Auseinandersetzung (Kritik idealistischer Auffassungen; Bedeutung der Mathematisierung für den Erkenntnisfortschritt; ökonomische Hauptaufgabe und Mathematisierung; Widerspiegelung objektiver gesellschaftlicher Dialektik in mathematisierten Theorien; usw.)

Zum bilateralen Projekt fanden 1982 in Berlin eine Beratung mit Prof. G. Ruzavin zu den inhaltlichen Schwerpunkten und zur Gliederung des Buches, 1983 in Berlin eine Besprechung mit Prof. I. Smirnov (Leiter des Sektors „Philosophische Untersuchungen komplexer Probleme der modernen Wissenschaft“) zu organisatorischen Fragen und Ende Oktober/ Anfang November 1984 in Moskau ein Symposium statt, an der die Mehrzahl der für das Buch vorgesehenen Autoren aus der DDR und der UdSSR (darunter die international bekannten Mathematiker B. V. Gnedenko, A. A. Samarskij und S. P. Kudrjumov) teilnahm. In Übereinstimmung mit dem vorher abgestimmten Plan wurden auf diesem Symposium Grundsatzreferate von B. V. Gnedenko, A. A. Samarskij und H. Hörz (in Abwesenheit verlesen) gehalten. Diese sowie die Vorträge (darunter die der Teilnehmer aus der DDR E. Dölling, F. Gehlhar, N. Hager, S. Paul und U. Röseberg) und die anschließende Diskussion darüber trugen wesentlich zur Klärung der inhaltlichen Zielstellung des Projekts bei.

Vereinbart war, dass im November 1986 in Berlin ein weiteres Symposium zu diesem bilateralen Projekt unter Beteiligung von sechs sowjetischen Wissenschaftlern (Autoren) stattfindet, auf dem alle Beiträge (insbesondere die der sowjetischen Autoren) diskutiert werden (sollten).

Die ersten Entwürfe aller Beiträge der DDR-Autoren lagen viele Monate vor dem geplanten Symposium (auch unserem sowjetischen Partner!) vor. Die Teilnahme der vorgesehenen sechs sowjetischen Wissenschaftler an diesem Symposium wurde jedoch (wohl auch für diese Wissenschaftler, insbesondere für G. I. Ruzavin, der in jenem Jahr (1986) mit S. Paul gerade ein Buch (Siegfried Paul/Georgij Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung. Philosophische und methodologische Probleme, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1986) veröffentlicht hatte) völlig überraschend kurzfristig von sowjetischer Seite abgesagt, was aber nicht kaum auf mangelndes Interesse dieser Wissenschaftler zurückzuführen sein dürfte.

Wir möchten hier nicht darüber spekulieren, ob diese Absage in irgendeiner Weise mit der damals völlig neuen sowjetischen Politik der Perestroika im Zusammenhang steht. Jedenfalls führten auch die gleich lautende Briefe vom 26. Februar 1988 von Akademiemitglied Herbert Hörz an den amtierenden Direktor des Instituts für Philosophie der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, Prof. Dr. N. I. Lapin, sowie an Prof. Dr. V. S. Tjuchtin und Prof. Dr. G. I. Ruzavin zu keiner substantiellen Verbesserung der Situation. In diesen ausführlichen, mehrseitigen Briefen wird abschließend festgestellt: „Wir haben die feste Absicht, diese von uns übernommene Verpflichtung termingemäß zu realisieren und wie vorgesehen im Jahre 1989 ein entsprechendes druckreifes Buchmanuskript fertig zu stellen. Sollte die sowjetische Seite nicht in der Lage sein, uns unverzüglich ihre geplanten Beiträge für dieses Buchprojekt zu übergeben, bitten wir Sie, uns das möglichst bald mitzuteilen. In diesem Falle würden wir nur DDR-Beiträge in den Band aufnehmen. Sollte von sowjetischer Seite jedoch weiterhin Interesse an der gemeinsamen kollektiven Monographie bestehen und sollten kurzfristig die noch ausstehenden sowjetischen Beiträge zur Verfügung gestellt werden, wären wir bereit, in der 2. Jahreshälfte 1988 zu einem Ihnen genehmen Zeitpunkt 3 Wissenschaftler für einige Tage an ihr Institut zu delegieren, um diesbezüglich konkrete Absprachen hinsichtlich der Publikation zu treffen.“

Uns blieb schließlich nichts anderes übrig, als die in dem Brief vom 26. Februar 1988 gemachte Ankündigung in die Tat umzusetzen, den Band also allein fertig zu stellen. Die erfolgreiche Abschlussverteidigung des Projekts „Mathematisierung der Wissenschaften - weltanschauliche, erkenntnistheoretische und methodologische Probleme“ (Berichterstatter: Prof. Dr. sc. S. Paul; Gutachter: Prof. Dr. sc. A. Pester und Doz. Dr. sc. H. Herwig) fand Ende März 1989 in Kühlungsborn auf der Beratung des Problemrats Philosophie/Wissenschaften unter dem Vorsitz von Prof. Dr. sc. Karl-Friedrich Wessel statt. Sowohl die beiden Gutachter als auch die anwesenden Mitglieder des Problemrats sprachen sich nach der Berichterstattung durch die beiden Projektverantwortlichen H. Hörz und S. Paul, der Verlesung der Gutachten durch A. Pester und H. Herwig und einer anschließenden Diskussion für die möglichst schnelle Veröffentlichung des Manuskriptes und die Fortführung der Arbeiten zu diesem Forschungsthema aus.

Wir entschlossen uns, die vorliegenden Beiträge zunächst in Form eines Manuskriptdrucks zu veröffentlichen und erst danach zu entscheiden, wie wir die Arbeiten auf diesem Gebiet weiterführen. Die im Manuskriptdruck behandelten Probleme sollten später sowohl in Bezug auf die Mathematisierung anderer Wissenschaften (z. B. der Biologie und von Gesellschaftswissenschaften) als auch in Bezug auf moderne Mathematisierungsformen (wie z. B. die Computersimulation) und wichtige, auch philosophisch interessante mathematische Theorien, die in immer stärkerem Maße bei der Mathematisierung der Wissenschaften (insbesondere auch von Gesellschaftswissenschaften) herangezogen werden (wie z. B. die Wahrscheinlichkeitsrechnung, die mathematische Statistik und die Theorie stochastischer Prozesse), erweitert werden. Für weiterführende Forschungen wäre es wichtig, die Geschichte der Mathematisierung einzelner Wissenschaften und der dabei aufgetretenen philosophischen und methodologischen Probleme im Detail zu untersuchen sowie der Frage nach der heuristisch-methodischen Bedeutung mathematisierter Naturwissenschaften für die Mathematisierung von Gesellschaftswissenschaften genauer nachzugehen.

Wir betrachteten den Manuskriptdruck als einen ersten, ausbaufähigen Versuch unseres Kollektivs, in die nationale und internationale Diskussion zu weltanschaulichen, erkenntnistheoretischen und methodologischen Fragen bei der Mathematisierung der Wissenschaften einzugreifen. Wir waren uns bewusst, dass manches diesbezüglich wichtige Problem im Manuskriptdruck nicht angesprochen wird und bereits aus „Platzgründen" nicht angesprochen werden kann. (Für den Manuskriptdruck standen uns 230 bis 240 Seiten je Exemplar zur Verfügung, keinesfalls mehr; auch an der Akademie war das Papier knapp!) Als künftige Diskussionspartner hatten wir nicht nur den relativ kleinen Kreis von Philosophen, die sich mit derartigen Fragen beschäftigen, im Auge, sondern insbesondere auch den immer größer werdenden Kreis von Mathematikern, Physikern, Biologen, Gesellschaftswissenschaftlern usw., deren Hauptarbeitsgebiet die Lösung von Problemen bei der Mathematisierung bestimmter Wissenschaften bilden.

Damals hatten wir die Hoffnung, dass sich aus dem Manuskriptdruck einmal ein „rundes" Buch mit mehr und umfangreicheren Beiträgen unter Einbeziehung weiterer Autoren entwickeln könnte. Einen ersten Schritt in diese Richtung unternahmen wir bereits im Manuskriptdruck mit der zusätzlichen Aufnahme der Beiträge von Andreas Pester und Helge Herwig. Doch dann kam die politische „Wende". Die Akademie der Wissenschaften wurde „abgewickelt" (ein Begriff, der bei manchem „Abgewickelten" schon früh eine bittere Perspektive erahnen ließ), das Zentralinstitut für Philosophie „aufgelöst" und der Bereich „Philosophische Fragen der Wissenschaftsentwicklung" einfach zerschlagen. Mindestens einer der im Manuskriptdruck versammelten Autoren bekam später bis zur Vollendung seines 65. Lebensjahres sogar eine gesicherte Perspektive als Dauerkunde erst des Arbeitsamtes, dann der Arbeitsagentur (als aus den Arbeitsämtern Arbeitsagenturen wurden, verwandelten sich die Arbeitslosen in Kunden der Agenturen für Arbeit) und schließlich, da er auch nach seiner obligatorischer Teilnahme an einem 14-tägigen Lehrgang „Wege in die Altersrente" immer noch nicht bereit war, in die vorzeitige Rente mit entsprechenden dauerhaften Rentenabschlägen zu gehen, des Jobcenters.

Einer der beiden Herausgeber des Manuskriptdrucks (S. Paul) publizierte 1990 noch eine Broschüre, die einen direkten Bezug zu der im Manuskriptdruck behandelten Problematik hat (Prof. Dr. sc. phil. Siegfried Paul, Mathematisierung der Wissenschaften. Mathematisierungsformen, URANIA, Abteilung Natur- und Technikwissenschaften, Sektion Mathematik, 1990 (Schriftenreihe für den Referenten, Heft 03/1990)), beschäftigte sich dann aber mit wissenschaftlichen Schulen auf dem Gebiet der „reinen" Mathematik, wie z. B. mit dem französischen Mathematikerkollektiv N. Bourbaki und der Moskauer mathematischen Schule (Siegfried Paul, Die Moskauer mathematische Schule um N. N. Lusin, Entstehungs- und Entwicklungsgeschichte – Arbeitsprinzipien – Zerfall: unter besonderer Berücksichtigung der Kampagne gegen Lusin im Sommer 1936, Kleine Verlag GmbH, Bielefeld 1997 (Berliner Studien zur Wissenschaftsphilosophie & Humanontogenetik, Band 11)), vollzog dann aber in seiner Tätigkeit einige Schleifen und jähe Kurven bis hin zu seiner jüngsten Internetpräsentation mit dem Titel „Ein schizophrener Maler /Wie der schizophrene Künstler X die Welt sieht/" (3., mehrsprachige Version vom 1. Januar 2014: http://www.schizophrenie-malerei.net).

Der andere Herausgeber des Manuskriptdrucks, mein wissenschaftlicher Lehrer Herbert Hörz, ist auch nach Vollendung seines 80. Lebensjahres immer noch als geachteter Wissenschaftler und Buchautor präsent. Doch sogar er, der auch nach der politischen „Wende" durch seine zahlreichen wissenschaftlichen Publikationen und Tätigkeiten (genannt sei hier nur seine langjährige Tätigkeit als Präsident der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften) „auffiel", wurde auch als Einzelperson Opfer der politischen „Wende", der sog. „Abwicklung"; eine bezahlte wissenschaftliche Tätigkeit (als Angestellter) bis zu seinem 65. Lebensjahr wurde auch ihm nicht gegönnt.

Siegfried Paul

Herbert Hörz/Siegfried Paul, Mathematisierung der Wissenschaften

Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Philosophie Berlin 1989

[3]

Vorwort

Philosophische und methodologische Fragen, die im Zusammenhang mit der Mathematisierung der Wissenschaften aufgeworfen werden, wurden bis weit in die 60er Jahre unseres Jahrhunderts hinein nur relativ stiefmütterlich behandelt, und zwar nicht nur in der DDR, sondern im Weltmaßstab gesehen. Je mehr Wissenschaften und je „tiefer" jede einzelne von ihnen von dem Trend zur Mathematisierung erfaßt wird, um so häufiger und um so „bohrender" werden z. B. folgende Fragen gestellt, die in jedem Stadium der Forschung immer wieder neu beantwortet werden müssen:

– Worin besteht das Wesen der Mathematisierung der Wissenschaften? Was verstehen wir eigentlich unter „Mathematisierung" und unter „Trend zur Mathematisierung"? Diese Fragen besitzen in starkem Maße „allgemein-wissenschaftlichen", *wissenschaftstheoretischen* Charakter.

– Was waren die Ursachen für die Mathematisierung der Wissenschaften in der Vergangenheit und was sind die Ursachen für die verstärkte Mathematisierung der Wissenschaften heute? Welche Ziele verfolgt man mit der Mathematisierung der Wissenschaften? Worin besteht ihr Sinn, ihre Bedeutung. ihr Nutzen? Welche Erkenntnisperspektiven ergeben sich durch die Mathematisierung der Wissenschaften? Diese Fragen besitzen, zumindest in bezug auf ihre globale Beantwortung eine starke *philosophisch-weltanschauliche* Komponente.

– Explizit *philosophische* Fragen bei der Mathematisierung der Wissenschaften sind z. B. jene nach ihrem Zusammenhang mit dem Widerspiegelungscharakter der Mathematik, nach der Widerspieglung objektiver Dialektik in mathematisierten Wissenschaften und nach der Dialektik von inhaltlichen und formalen Momenten in Mathematisierungsprozessen, sowie nach der Spezifik der Adäquatheits- und Wahrheitsproblematik in bezug auf einzelne Mathematisierungsformen und die angewandte Mathematik.

Zu den Fragen *methodologischen* Charakters. die in Zusammenhang mit der Mathematisierung der Wissenschaften entstehen, gehören z. B. die folgenden:

[4] In welchen Formen wird der Mathematisierungsprozeß realisiert? Welche Beziehungen bestehen zwischen diesen Formen? Wie ging man bei der Mathematisierung heute stark mathematisierter Wissenschaften vor? Welche Voraussetzungen mußten und müssen für erfolgreiche Mathematisierungsversuche gegeben sein?

– Besondere wichtig sind Untersuchungen zur Frage der *heuristisch-methodischen Bedeutung mathematisierter Naturwissenschaften für die Mathematisierung von Gesellschaftswissenschaften.*

Die Forschungen zu diesen Fragen müssen sowohl auf realen konkreten Mathematisierungsprozessen der bzw. in den einzelnen Natur-, Technik- und Gesellschaftswissenschaften basieren als auch in stärkerem Maße als bisher wissenschaftshistorische Untersuchungen zu diesen Fragen einschließen.

Die in der vorliegenden Arbeit enthaltenen Beiträge behandeln – das sei ausdrücklich betont – nur *einige ausgewählte* weltanschauliche, erkenntnistheoretische und methodologische Fragen, die im Zusammenhang mit der Mathematisierung der Wissenschaften aufgeworfen werden. Wir hoffen, daß die in den einzelnen Beiträgen vertretenen Standpunkte in Detailfragen von den Lesern für diskussionswürdig befunden werden und zu produktiver, weiterführender Diskussion anregen.

Für die Erledigung zahlreicher wissenschaftlich-technischer Arbeiten möchten sich die Herausgeber bei Frau Dipl.-Phys. G. Zieles und für die sorgfältige Ausführung der Schreibarbeten bei Frau G. Wollermann bedanken.

Berlin, Dezember 1988 H. Hörz/S. Paul

[5]

Herbert Hörz
Mathematisierung der Wissenschaften – Positionen und Probleme

Die Mathematisierung der Wissenschaften ist immer mehr zum Gegenstand philosophischer Überlegungen geworden. Dafür gibt es mehrere Gründe. Erstens: Die mathematische Modellierung hat sich in vielen Wissenschaften als wesentliches Erkenntnismittel durchgesetzt. Zweitens: Bei der Erkenntnis komplexer praxisrelevanter Zusammenhänge, wie sie bei der Entwicklung von Technologien und ihrem Einsatz; bei der Analyse ökologischer Probleme, aber auch bei der gesellschaftswissenschaftlichen Erforschung von Verflechtungen zwischen natürlichen, technologischen und kulturellen Faktoren in Geschichte und Gegenwart auftreten, werden mathematische Methoden genutzt. Drittens: Die Informatik als Wissenschaft von der automatisierten Informationsverarbeitung benötigt mathematische Grundlagen. Viertens: Die theoretische Durchdringung von Prozessen der Selbstorganisation verlangt nach Mathematisierung.

Die veränderte Problemsituation wird analysiert.[1] Konzeptionelle Überlegungen, die auf bisherigen Diskussionen aufbauen, werden angeboten.[2] Forschungsprojekte haben die Mathematisierung mit ihren weltanschaulichen, erkenntnistheoretischen und methodologischen Problemen zum Gegenstand.[3] Ausgehend von der neuen Problemsituation soll zum Verständnis der Mathematisierung und zu Problemfeldern Stellung genommen werden, die in der Diskussion auftreten und m. E. Aufgaben für die weitere philosophische Forschung sind.

1. Problemsituation

Während vor mehreren Jahrzehnten die mathematische Behandlung spezialwissenschaftlicher Probleme als Anwendung der Mathematik bezeichnet wurde, hat seit den siebziger Jahren der Terminus „Mathematisierung“ bereits Eingang in Wörterbücher gefunden. Er kennzeichnet den „Prozeß des fortschreitenden Eindringens mathematischer Methoden in andere Einzelwissenschaftliche Disziplinen.“ Obgleich er „bereits in der Antike (z. B. in der Statik und

[1] Der Arbeitskreis „Philosophische und methodologische Probleme der Mathematik“ hat sich auf seinen Tagungen in Dresden 1987 und 1988 damit auseinandergesetzt. Vgl. Informationsbulletin „Aus dem philosophischen Leben der DDR“, Jahrgang 23 (1987) Heft 12; Mathematisierung – mathematische Modellierung – Wissenschaftsentwicklung. In: Dresdner Reihe zur Forschung. 6/88. Pädagogische Hochschule Dresden. Dresden 1988.

[2] S. Paul/G. Ruzavin: Mathematik und mathematische Modellierung. Berlin 1986.

H. Herwig: Theorie und Struktur – Wissenschaftstheoretisch. und erkenntnistheoretisch-methodologische Aspekte der Mathematisierung physikalischer Theorien. Leipzig 1984. Dissertation B.

H. Herwig: Die mathematische Methode in der naturwissenschaftlichen Theorienbildung. In: Informationsbulletin „Aus dem philosophischen Leben der DDR“. Jahrgang 23 (1987) Heft 12. S. 43-47.

[3] Der Bereich „Philosophische Fragen der Wissenschaftsentwicklung“ des Zentralinstituts für Philosophie der AdW der DDR befaßt sich seit einigen Jahren mit dem Thema Mathematisierung in den Wissenschaften. Vgl. H. Hörz: Mathematisierung der Wissenschaften als philosophisches Problem. In: DZfPh 9/1966. S. 815-823.

Astronomie) seinen Anfang nahm, sich seitdem ständig ent-[6]wickelt und auf weitere Gebiete ausgedehnt hat, nimmt er erst im 20. Jh. gleichsam „universelle Gestalt an."[4] Erfolge und Grenzen der Mathematisierung sind „jeweils abhängig von den historischen Entwicklungsstandards mathematischer Methoden und Theorien."[5] Es wird darauf verwiesen, daß Mathematisierung auf Quantifizierung und Metrisierung eingeschränkt wurde, solange Mathematik als Wissenschaft der Zahlen und geometrischen Formen definiert war. Seit G. Frege, D. Hilbert u. a. wird zwischen Formalisierung als Darstellung in einer formalen Sprache und Mathematisierung als Verwertung mathematischer Theorien und Methoden unterschieden. Diese wird in der konstruktiven Wissenschaftstheorie. „pragmatisch als operatives Instrumentarium verstanden, das zur Lösung technischer Lebens- und Erkenntnisprobleme eingesetzt wird."[6]

Überlegungen zu den Gefahren der Mathematisierung verweisen auf den Unterschied zwischen Modell und Sachverhalt, wobei die Verbesserung des Modells zur schwer feststellbaren „Inadäquatheit" mit dem Sachverhalt führen kann. Mathematische Normierung von Verhaltensweisen ermöglicht die „Erstarrung unserer Lebensbedingungen", „der wir uns nur unter erheblichen Opfern anpassen können." Mathematisierung darf deshalb „nicht zum Handwerkszeug von Prokrustes werden."[7] Erkenntnishorizonte sind Grenzen der Mathematisierung, die durch die Erweiterung unseres Wissens verschoben werden. Das zeigt sich im Eindringen der Mathematik in gesellschaftswissenschaftliche Untersuchungen, in der Entwicklung der Informatik und in der besseren Beherrschung der Komplexität. Darüber hinaus ist es wichtig, über die Grenzen der Mathematisierung nachzudenken, die durch darin enthaltene Gefahrenpotentiale auftreten. Das sind keine theoretischen Grenzen der Mathematisierung, da man die theoretischen Einsichten erst haben muß, um ihre Gefahren zu erkennen. Es sind praktische Grenzen bei der Verwertung mathematisierter Einsichten, die bereits einer theorie- und methodenkritischen Analyse unterworfen waren. Es sind humane Entscheidungen auf der Grundlage der Mathematisierung erforderlich, mit denen Gefahren minimiert werden.[8]

Auch Denkweisen können zu Hemmnissen für die Erkenntnis werden. Das zeigte der notwendige Übergang vom mechanischen zum [7] dialektischen Determinismus. In der Mathematik kann die Anwendung verschärfter Kriterien für exakte Aussagen und Beweise die Anwendung zur Lösung dringender Aufgaben verzögern. Das ist dann der Fall, wenn die Exaktheit nicht an der Adäquatheit von Darstellung und Sachverhalt, sondern an den innermathematischen Kriterien allein gemessen wird. Man muß dabei beachten, daß die Mathematik sich mit ideellen Systemen befaßt, die Idealisierungen realer Systeme sind. Die Exaktheit der Aussagen über ideelle Systeme unterliegt einer Transformation bei der Darstellung, Analyse und Prognose realer Systeme in die durch Simulation und praktische Tätigkeit überprüfbare Adäquatheit. Der Philosoph muß deshalb auch die mit der Mathematisierung verbundene Denkweise kritisch beleuchten. „Des Schlagwort von der zunehmenden Mathematisierung der Wissenschaften wird zur Ideologie: für Verhältnisse, die sich überhaupt wissenschaftlich erfassen lassen, wird auch eines Tages das passende mathematische System gefunden werden."[9] Die

---

[4] H. Liebscher/S. Paul: Stichwort „Mathematisierung. In: Wörterbuch „Philosophie und Naturwissenschaften". Herausgegeben von H. Hörz, R. Löther, S. Wollgast. Berlin 1978. S. 541.

[5] K. Mainzer: Stichwort „Mathematisierung" In: Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie. Band 2. Herausgegeben von J. Mittelstrass. Mannheim, Wien, Zürich 987. S. 809.

[6] Ebenda, S. 10.

[7] G. H. Müller: Stichwort „Mathematisierung". In: J. Speck (Hrsg.): Handbuch wissenschaftstheoretischer Begriffe. Band 2. Göttingen 1980. S. 405. – Mit Prokustes bezeichnet man redensartlich eine Form oder ein Schema, in die etwas gezwungen wird, das dort eigentlich nicht hineinpaßt.

[8] H. Hörz: Wissenschaftliche Erkenntnis und humane Entscheidungen. In: Ztschr. f. Wissenschaftsforschung. Heft 2/1988. S. 309.

[9] H. Dinges: Spekulationen über die Möglichkeiten angewandter Mathematik. In: M. Otte (Hrsg.): Mathematiker über die Mathematik. Berlin, Heidelberg, New York 1974. S. 471.

damit verbundene Herausforderung zur Entwicklung der Wissenschaften ist eine wesentliche Triebkraft für Wissenschaftler, sich den Beziehungen von Mathematik, Spezialwissenschaften und Praxis zuzuwenden. Sie korrespondiert mit gesellschaftlichen Bedürfnissen an der Mathematisierung. Aber gerade die praktische Bedeutung der mathematisierten Erkenntnisse birgt die Gefahr in sich, daß einseitige Haltungen zur materiellen Gewalt werden, weil sie die Massen ergreifen. Das trifft sowohl auf Entscheidungen auf der Grundlage inadäquater Modelle, als auch auf die Kritik an mathematisierter Wissenschaft wegen fehlender Humanität zu. Deshalb ist die Auseinandersetzung um das Verhältnis von Mathematisierung und Humanisierung der Wissenschaften wesentliches Kennzeichen der Problemsituation.

A. Pester und H. Meyer betonen die Rolle der Mathematik in der wissenschaftlich-technischen Revolution, aus der „sich objektiv eine neue Stellung der Mathematik im System der Wissenschaften und ihren Beziehungen zur Produktion, Bildung und zu anderen Sphären der Gesellschaft ergibt.“[10] Sie heben dafür zwei Widerspruchsverhältnisse hervor. Einerseits existiert in der Mathematik gleichzeitig eine Theorieüberproduktion und ein Theoriedefizit, während andererseits bei den Mathematikkonsumenten der Arbeite- und Denkstil sich qualitativ verändert, [8] weil höhere Anforderungen gestellt sind. Die neue Problemsituation wird dann so charakterisiert:

„a)Abwendung von einer nur logisch orientierten Grundlagendiskussion,

b) Hinwendung zu Fragen der ‚mathematischen Praxis‘, der Mathematisierung, der mathematischen Modellierung,

c) Untersuchung des Einflusses des Computers auf mathematische Theorie und Praxis,

d) Rückbesinnung auf philosophische Grundprobleme bezüglich der Mathematik bis hin zu weltanschaulichen Fragen nach dem Sinn des Betreibens von Mathematik.“[11]

Damit sind wichtige Momente der qualitativ neuen Problemsituation, mit der sich Philosophie auseinandersetzen muß, angesprochen.

2. Entwicklungstendenzen

Ausgehend von den Überlegungen zur Problemsituation möchte ich drei Entwicklungstendenzen hervorheben, die Stand und Aufgeben der Mathematisierung charakterisieren und philosophische Analysen erfordern. Das betrifft die objektiven Tendenzen der Mathematisierung, die daraus sich ergebenden Verhaltensmuster und die zu lösenden philosophischen Aufgaben.

Zu den *objektiven Tendenzen* gehört m. E. die anhaltende Revolutionierung der Denkzeuge, die fortschreitende mathematische Modellierung mit praktischer Relevanz und die Frage nach dem Sinn der Mathematisierung.

Die *anhaltende Revolutionierung der Denkzeuge* ist ein Wesenszug der wissenschaftlich-technischen Revolution. Mit ihr können Menschen aus dem eigentlichen Fertigungsprozeß materieller Güter heraustreten und Steuerungs- und Regelungsfunktionen von automatischen Steuerungs- und Regelungsprozessen übernehmen. Grundlage dafür ist die von der Informatik untersuchte automatisierte Informationsverarbeitung. Damit kann Wissen auf neue Art angeeignet, verarbeitet und erweitert werden. Die Formen der Wissensrepräsentation verändern sich. Künstliche Intelligenz als die Kapazität technischer Systeme zur Problemlösung ist

[10] A. Pester/H. Meyer: Mathematisierung in den weltanschaulichen und methodologischen Diskussionen unserer Zeit. In: Dresdner Reihe zur Forschung. 6/88. S. 6.
[11] Ebenda, S. 16.

Grundlage für intelligente Technik, die operative Entscheidungen im Rah-[9]men von Strategien trifft. Das Verständnis von Mathematik erweitert sich mit den neuen Denkzeugen. Das zeigt sich in den umfangreichen Diskussionen um das Verhältnis von Mathematik und Informatik.

Die *fortschreitende mathematische Modellierung* mit praktischer Relevanz hat zu einem neuen Verständnis des Verhältnisses von theoretischer und angewandter Mathematik geführt. Die mathematischen Mittel zur Modellierung werden präzisiert. Die für die Modellierung wichtige Theorienbildung erfolgt schon unter den Gesichtspunkten der Mathematisierung. Th. Riedrich hebt hervor: „Die rechnergestützte Theorie-Umsetzung und die dazu erforderliche Theorie-Transformation (im einfachsten Fall: die Computeralgebra) mit modernen informationsverarbeitenden Mitteln zwingt zur vollen Durchsetzung der extensional orientierten Methodologie der Mathematik.“[12]

Der *Sinn der Mathematisierung* wurde schon in anderen Wissenschaftstypen diskutiert.[13] Es ist die Traditionslinie von Plato, Leibniz, Spinoza, Kant, in der auf die Mathematisierung als Grundlage für die Erkenntnis der Wahrheit und für richtige Entscheidungen gesetzt wird. Kritische Anmerkungen der antiken Skeptiker, von Goethe, Hegel u. a. verwiesen auf Grenzen der Mathematik, auf die notwendige philosophische Durchdringung der Entscheidungssituationen und auf die sozialen, psychischen und moralischen Determinanten des Erkennens und Handelns. Einseitig verstandene Mathematisierung kann dazu führen, die Menschen als konstituierende Bestandteile wissenschaftlicher Theorien aus dem Auge zu verlieren. So wird bei Durchschnitten das Individuum, die typische Individualität herausnivelliert. Computerisierung des gesellschaftlichen Lebens muß das Ziel berücksichtigen, Freiheitsgewinn der Persönlichkeit zu erreichen. Programmierte Entscheidungen verlangen solche Schnittstellen zwischen Mensch und Maschine, mit denen bei antihumanen Auswirkungen des Verhaltens technischer Systeme der Zugriff durch den Menschen möglich ist. Es sind also Sinnfragen mit der Verwertung mathematisierter Erkenntnisse verbunden, die nicht die Ergebnisse der theoretischen Mathematik vor allem treffen, sondern die Nutzung dieser Erkenntnisse zur Lösung praktisch relevanter Aufgaben. In erster Linie stehen deshalb vor der Philosophie Fragen nach [10] den humanen Konsequenzen von Entscheidungen auf der Grundlage mathematischer Modellierung gesellschaftlich relevanter Prozesse.

Zu den der Mathematisierung entsprechenden *Verhaltensmustern* gehören neue Anforderungen an die Fähigkeiten und Fertigkeiten im Umgang mit den neuen Denkzeugen, aber auch die Auseinandersetzung mit hemmenden weltanschaulichen Auffassungen zur Modellierung, wie sie sich vor allem in Bereichen zeigen, die bisher der mathematischen Modellierung wenig aufgeschlossen waren.[14] Gefordert ist eine sachlich-konstruktive Atmosphäre in allen Kollektiven, die zur Nutzung schöpferischer Potenzen der Mathematisierung auf der Grundlage soliden Wissens herausfordert. Es bedarf der Mathematiker, die das existierende Theoriedefizit überwinden und die vorhandenen Theorien praktikabel aufbereiten. Dabei kann sich die notwendige Interdisziplinarität als Keimform der Disziplinarität erweisen, wenn Erkenntnisobjekte mathematisch modelliert werden und die Modellierung sich dann als ausbaufähig erweist. So gibt es Forschungsrichtungen, die sich mit der mathematischen Modellierung ökologischer, energetischer. demographischer u. a. Prozesse befassen. Wichtig ist vor allem die Hartnäckigkeit und Standfestigkeit derer, die Mathematisierung als Grundlage der Effek-

[12] Th. Riedrich: Erfahrungen und Probleme bei parameterabhängigen Aufgaben. In: Dresdner Reihe zur Forschung 6/88. S. 31.

[13] H. Hörz: Wissenschaft als Prozeß. Berlin 1988, S. 255 ff. [siehe auch: http://www.max-stirner-archiv-leipzig.de/philosophie.html#prozess]

[14] Vgl. H. Hörz: Modelle in der wissenschaftlichen Erkenntnis. Sitzungsberichte der AdW der DDR 11 G (978) Berlin 1978. S. 4 ff.

tivitätssteigerung voran treiben wollen. Neue Ideen setzen sich nicht im Selbstlauf durch. Sie werden auf der Grundlage des Bestehenden kritisiert, ignoriert oder einfach als nicht machbar zurückgewiesen. Deshalb ist allgemeines Verlangen nach schöpferischen Leistungen der kulturelle Hintergrund für Erfolge in der Mathematisierung.

Dieser Zusammenhang von Interdisziplinarität und Mathematisierung wird schon längere Zeit in seinen Konsequenzen für die Ausbildung diskutiert. „Mitarbeit in einem interdisziplinären Forschungsprojekt könnte nach meiner Meinung vielleicht ein guter Ersatz für ein Nebenfachstudium sein; fachsystematische Schulung kann man aber kaum an Projektbearbeitungen anhängen. Ferner gibt man sich wohl einer Illusion hin, wenn man glaubt, reale Probleme seien im erwünschten Umfang mathematischer Bearbeitung zugänglich; der Weg von praktischen Problemen bis zur mathematischen Theoriebildung ist immer sehr lang gewesen.“[15] Diese Einwände heben die Bedeutung interdisziplinärer Projekt-[11]bearbeitung für die Mathematisierung nicht auf, weil in ihr der ständige fachübergreifende Dialog zur Lösung einer komplexen Aufgabe möglich ist. Zugleich ist aber zu beachten, daß Interdisziplinarität nur erfolgreich ist, wenn sie auf hohem disziplinären Niveau erfolgt. Mathematisierung ist also keine Forderung an die Mathematik, ihre Grundlagen zu vernachlässigen, sondern, im Gegenteil, durch Erweiterung der Grundlagenarbeit das Theoriedefizit zu überwinden und die praktische Verwertbarkeit zu erhöhen.

Vor der *Philosophie* stehen damit neue Aufgaben. Sie muß die Revolution der Denkzeuge in ihren Auswirkungen auf Denk-, Arbeits- und Lebensweise analysieren. Dabei treten erkenntnistheoretische und methodologische Probleme, wie des Verhältnis von Theorie und Methode, von Abbild und Entwurf, von Modell und Wirklichkeit, die Rolle von Analogien und Homologien, von mathematischen Gleichungen und Ungleichungen u. a. auf. Philosophie als Weltanschauungstheorie hat die Haltungen zur Mathematik, aber auch die philosophischen Positionen von Mathematikern und Forschungsrichtungen zu untersuchen. Die neue Rolle der Mathematik in der wissenschaftlich-technischen Revolution ist in der philosophischen Diskussion. Dabei werden Bildungskonsequenzen deutlich. Sie betreffen gegenwärtig vor allem die Informatik.[16] Wenn sich Philosophie als weltanschauliche Entscheidungshilfe bewähren will, dann muß sie die mit der Mathematisierung verbundenen Sinnfragen beantworten. Das erfordert aber auch eine genauere Bestimmung dessen, was Mathematisierung ist.

Bevor die Überlegungen zur Mathematisierung und zu einigen philosophischen Problemen dargelegt werden können, sind die Positionen zu charakterisieren, von denen ich in den weiteren Überlegungen dann ausgehen werde.

3. Positionen

Philosophische Positionen zur Mathematisierung der Wissenschaften sind mit der Entwicklung der Philosophie, der Mathematik und der Spezialwissenschaften verbunden. Die weltanschaulichen Probleme einer konkret-historischen Epoche prägen auch die Auffassungen zur Rolle der Mathematik in der Wissenschaftsentwicklung. Das wird z. B. in der interessanten Analyse der Diskus-[12]sionen zum Verhältnis von reiner, anwendbarer und angewandter Mathematik in ausgewählten deutschsprachigen Zeitschriften des 19. und 20. Jahrhunderts deutlich, die S. Paul und G. Ruzavin durchführten. Als Ergebnis wird festgehalten, daß die Diskussionen zur angewandten Mathematik erst im letzten Viertel des 19. Jahrhunderts einsetzen – und zwar zunächst recht zaghaft –, um die Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert relativ plötz-

[15] H. Dinges: Spekulationen über die Möglichkeiten angewandter Mathematik. A. a. O., S. 472.
[16] Informatik und Allgemeinbildung. Materialien der 6. Plenartagung der APW. In: Information. APW. Präsidium. 2/1988.

lich stark zunehmen, ihren Höhepunkt erreichen und danach etwa bis Ende des ersten Drittels des 20. Jahrhunderte relativ kontinuierlich geführt werden. In den folgenden Jahrzehnten gibt es nur noch relativ wenige Diskussionen zu dieser Problematik, und seit etwa Mitte der 60er Jahre verstummen diese Diskussionen in den betrachteten Zeitschriften völlig.[17]

Das korrespondiert mit den Oberlegungen zur Herausbildung des Wissenschaftstyps der wissenschaftlich-technischen Revolution, zu dessen Vorleistungen nicht nur das Entwicklungsdenken gehört, das sich in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts herausbildet, sondern auch der Zwang zur Technologisierung. Technologisierung und Mathematisierung bedingen sich gegenseitig. Daraus entstehen Anforderungen an die Mathematik, Anwendungen zu erleichtern. „Offensichtlich besteht nach der Periode der ‚inneren Vertiefung‘ der Mathematik, der Heraus- und Durcharbeitung des methodologischen Ideals der ‚reinen‘ Mathematik, seit Ende des 19. Jahrhunderte im Zusammenhang mit der erneuten Hinwendung zu den Anwendungen der Mathematik das Bedürfnis und die Notwendigkeit, sich mit allgemeinmethodologischen Fragen der angewandten Mathematik auseinanderzusetzen.“[18] Das darauf folgende Verstummen wird damit erklärt, daß einerseits konkrete Probleme mathematischer Modellierung und der Mathematisierung auftreten und andererseits die erarbeiteten Lösungen zu den allgemeinen methodologischen Problemen Allgemeingut geworden sind.[19] Dabei wird angewandte Mathematik in unterschiedlicher Weise interpretiert: Sie ist Anwendungsgebiet der Mathematik[20]; aus der Lösung praktischer Probleme entstandene mathematische Theorie und Methode[21]; reine Mathematik mit außermathematischen Interpretationen[22]; mathematische Modellierung[23]; zur praktischen Lösung genutzter Teil der reinen Mathematik[24]; eine Gesamtheit bestimmter Disziplinen, Theorien und Methoden[25] und ein von der [13] reinen Mathematik unterschiedenes System mathematischer Forderungen, Technologien, Denk- und Arbeitsweisen.[26] Darin kommt die ganze Breite der mit der Arbeitsteilung verbundenen Beziehungen zwischen Mathematik und anderen Wissenschaften bei der Problemlösung zum Ausdruck. Ohne erkenntnisorientierte Forschung, die auf die Lösung fundamentaler Probleme der Mathematik orientiert ist, kann praxisorientierte Forschung auf die Dauer nicht bestehen, weil die theoretische Basis zur Begründung, als Ideenreservoir, als Anstoß für praxisrelevante Lösungen erforderlich ist. Die Orientierung auf die Praxis liefert jedoch neue Fragen, die nur durch Erkenntnisgewinn zu beantworten sind. Der Wissenschaftstyp der wissenschaftlich-technischen Revolution hebt die scharfe Trennung in angewandte und theoretische Wissenschaften durch Grenzverwischungen auf. Positionen sind so selbst Entwicklungsprodukte der Reflexionen über die Rolle der Mathematik unter konkret-historischen Bedingungen, in Abhängigkeit von den eigenen Erfahrungen. Dabei ist der Hinweis wichtig, daß bestimmte philosophische Fragen der Mathematik – z. B. die Frage nach dem Widerspiegelungscharakter der Mathematik – nicht beantwortet, ja noch nicht einmal gestellt werden können, wenn man nur innerhalb der Mathematik bleibt.“[27] Deshalb sind viele philosophische Fragen der Mathematik, die gegenwärtig die weltanschauliche Diskussion bestimmen, vor allem mit den Anwendungen der Mathematik, mit der Mathematisierung der Wissen-

[17] S. Paul/G. Ruzavin: Mathematik und mathematische Modellierung. S. 134.
[18] Ebenda, S. 134.
[19] Ebenda, S. 34 f.
[20] Ebenda, S. 137 f.
[21] Ebenda, S. 38.
[22] Ebenda, S. 138 ff.
[23] Ebenda, S. 141 f.
[24] Ebenda, S. 142 f.
[25] Ebenda, S. 43.
[26] Ebenda, S. 144.
[27] Ebenda, S. 136.

schaften verbunden. Die philosophische Frage nach dem Sinn der Mathematisierung reicht von Überlegungen zu prinzipiellen Grenzen der Mathematisierung im Zusammenhang mit den Grenzen der Wissenschaft[28] über die Notwendigkeit der dialektischen Einheit von Mathematisierung und Humanisierung[29] bis zu konkreten Modellierungsprozessen, in denen humane Positionen zur Ökologie, Technologie und zu Experimenten mit und am Menschen gefordert werden.

Auch meine Positionen, wie die anderer Philosophen, die die Diskussionen um die philosophischen Probleme der Mathematik mitgemacht haben und die sich gegen vereinfachte Auffassungen über die Rolle der Mathematik als direkte Widerspiegelung objektiver Sachverhalte ohne Berücksichtigung der Bindeglieder zwischen Realität und mathematischen Zeichen wandten, haben sich, aufbauend auf Diskussionen zu den speziellen philosophischen Fragen [14] der Wissenschaftsentwicklung, die von unserer Forschungsgruppe[30] bearbeitet wurden und in Auseinandersetzung mit nicht-marxistischen und anderen marxistischen Auffassungen, in einem längeren Prozeß herausgebildet. Vor allem ging es dabei um die Anerkennung der Eigenentwicklung der Mathematik, die im dialektischen Materialismus zu beachten ist. Auf einige wichtige Punkte der unterschiedlichen Gegenstände der Diskussionen seit den sechziger Jahren soll aufmerksam gemacht werden. Sie sind m. E. charakteristisch für die Entwicklung der philosophischen Auseinandersetzungen um die Mathematik in der DDR.

In den sechziger Jahren ging es vor allem um die Grundfrage der Philosophie und die materialistischen Positionen zur Mathematik. Mathematik wird als eine der wichtigsten Schöpfungen des menschlichen Denkens betrachtet, die aus praktischen Bedürfnissen entstand und deren Axiome ständig wiederholte Erfahrungen ausdrücken. Mathematik ist Widerspiegelung erkannter Sachverhalte, Berechnung von weitergehenden Folgerungen und deshalb von heuristischer Bedeutung für die Wissenschaftsentwicklung, wie die Elektronentheorie von Dirac mit ihrer theoretischen Voraussage der Positronen zeigte. Gerade der damit verbundene Streit um die Interpretation der negativen Energie der Löcher zeigte, wie eine vereinfachte Widerspiegelungsauffassung, in der Sachverhalte und mathematische Operatoren und Funktionen eindeutig einander zugeordnet sind, die heuristische Funktion der Mathematik negiert. Nicht interpretierte Ausdrücke, wenn sie sich als Konsequenzen der mathematisierten Theorie ergeben, sind heuristische Hinweise zum tieferen Eindringen in das Wesen der erklärten Erkenntnisobjekte.

Mit Lenin wird in dieser Zeit gegen Behauptungen polemisiert, in der Mathematik sei die objektive Realität verschwunden.[31] Mit der philosophischen Analyse der Bewegungsauffassung konnte gezeigt werden, wie im Differentialquotienten die dialektisch-widersprüchliche Einheit von Kontinuität und Diskontinuität erfaßt wird.[32] Die relative Einfachheit mathematischer Grundgleichungen zur Widerspieglung komplizierter Sachverhalte mit komplizierten Transformationen von der Theorie zum Experiment wird untersucht, und vor allem über die neue Art der Anschaulichkeit in der Quantentheorie wird nachgedacht. Anschaulichkeit wird als [15] Hervorhebung des Wesens oder wesentlicher Seiten in der sinnlichen Erkenntnis gefaßt, wobei der Wechsel der ideellen Repräsentanten der objektiven Realität im Übergang von der klassischen Mechanik (Massenpunkt, der schwere, träge, raumerfüllende und undurchdringliche Materie repräsentiert) zur modernen Physik (Elemen-

[28] H. Hörz: Wissenschaft als Prozeß. S. 311.
[29] Ebenda, S. 243 ff.
[30] Das betrifft den 1959 gegründeten Lehrstuhl für philosophische. Probleme der Naturwissenschaften an der Humboldt-Universität und seit 1973 den Bereich „Philosophische Fragen der Wissenschaftsentwicklung“ im Zentralinstitut für Philosophie der AdW der DDR.
[31] H. Hörz: Atome, Kausalität, Quantensprünge. Berlin 1964. S. 225 ff. – Siehe auch: http://www.max-stirner-archiv-leipzig.de/philosophie.html#hoerzAtome
[32] Ebenda, S. 30 ff.

tarobjekte mit Wellen- und Korpuskelcharakter) zu beachten ist.[33] Mathematische Theorien sind nicht anschaulich, können aber veranschaulicht werden, wenn man die möglichen mathematischen Beziehungen mit objektiv-realen sich realisierenden Möglichkeiten koppelt.

Der materialistische Standpunkt konnte nur durchgehalten werden, das zeigten viele Fallstudien zu historischen und aktuellen erkenntnistheoretischen und methodologischen Problemen der Mathematik in dieser Zeit, wenn zugleich die komplizierte Dialektik der Erkenntnis berücksichtigt wurde. Vereinfachte Auffassungen zur mathematischen Abbildung mit eindeutiger Zuordnung von Sachverhalt und Zeichen widersprachen auch den Erkenntnissen über reale und virtuelle Prozesse in der Quantenmechanik. Nicht selten wurde deshalb die heuristische Bedeutung der Mathematik philosophisch als Macht des schöpferischen Denkens interpretiert, die Wirklichkeit zu schaffen. Ihre konstruktive Funktion, die sie tatsächlich hat, wurde überbetont. Das führte zur Analyse platonistischer Standpunkte bei Naturwissenschaftlern, die mit der Ideenlehre Platons diese Rolle der Mathematik rechtfertigten, ohne die Objektivität mathematischer Einsichten zu leugnen.[34] Später war dann die Auseinandersetzung mit der Drei-Welten-Theorie von Popper zu führen, der in der dritten Welt das Reservoir objektiver Ideen sah, die von der subjektiven Erfahrung der zweiten Welt nur zu entdecken sei, womit er den historischen Ursprung mathematischer Ideen als Forschungsproblem vernachlässigte.[35]

Die Analyse erkenntnistheoretischer und methodologischer Probleme der Mathematik, von G. Klaus immer wieder angeregt[36], führte in den siebziger Jahren zu weitergehenden Überlegungen zum Gegenstand der Mathematik und zum Verhältnis von Mathematik und Philosophie.[37] Vor allem die Analyse des mathematischen Raumes als Widerspiegelung objektiv-realer Strukturen begründete die Einsicht, daß die Mathematik sich mit möglichen Struktu-[16]ren mathematischer Objekte unabhängig von objektiv-realen Eigenschaften dieser Objekte befaßt, wobei der heuristische Wert der Mathematik vor allem in der konsequenten Mathematisierung der Theorien durch daraus sich ergebende nicht interpretierte Ausdrücke und in der Konstruktion neuer ideeller Systeme mit bestimmten neuartigen Strukturen sichtbar wurde. Deshalb wurde die Einheit von Abbildung und Konstruktion hervorgehoben.[38] Auch die dialektische Entwicklung der Mathematik selbst ist Gegenstand von Untersuchungen. So zeigen die Herausbildung und der Ausbau der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik, wie die Mathematik selbst tiefer in die dialektischen Strukturen von Gesetz und Zufall eindringt.[39] Das ist ein wichtiger Prozeß, der Mathematisierung fördert, weil die mathematische Theorie komplexere Strukturen in ihrer Differenziertheit und im Spannungsfeld von Potenz und Realisierung betrachtet.

Als wichtig erwies es sich, zwischen Formalisierung und Mathematisierung zu unterscheiden. Formalisierung ist die Anwendung von Abkürzungen zur einfachen Darstellung von Sachverhalten und Beziehungen mit dem Ziel, mit wenigen Konstanten, Variablen und Grundbeziehungen die Ausgangsthesen in Form von Axiomen zu formulieren und alle übrigen Ergebnisse als logische Folgerung mit Hilfe entsprechender Regeln zu erhalten. Unter Mathematisierung wird dann die Anwendung des mathematischen Apparats, bestimmter mathematischer Theorien auf formalisierte Beziehungen verstanden. „Mathematik ist also die Wissenschaft

[33] Vgl. H. Hörz/R. Löther (Hrsg.): Natur und Erkenntnis. Berlin 1964. S. 58 ff.
[34] Vgl. H. Hörz: Werner Heisenberg und die Philosophie. Berlin 1966. S. 33 ff. – siehe auch: http://www.max-stirner-archiv-leipzig.de/dokumente/Hoerz_Herbert-Werner_Heisenberg.pdf
[35] H. Hörz: Marxistische Philosophie und Naturwissenschaft. Berlin 1974. S. 173 f.
[36] Vgl. H. Liebscher: Georg Klaus zu philosophischen Problemen von Mathematik und Kybernetik. Berlin 1982.
[37] A. Pester/H. Meyer Mathematisierung in den weltanschaulichen und methodologischen Diskussionen unserer Zeit. A. a. O., S. 12.
[38] H. Hörz: Materiestruktur. Berlin 1971. S. 294 f.
[39] H. Hörz: Zufall. Eine philosophische Untersuchung. Berlin 1980. S. 64 ff. – Siehe auch: http://www.max-stirner-archiv-leipzig.de/philosophie.html#hoerzZufall

von Systemen ideeller Objekte mit möglichen formalisierbaren Strukturen.“[40] Später wurde die Symbolisierung als Vorstufe der Formalisierung berücksichtigt[41], Mathematisierung als „mehr oder weniger adäquate mathematische Abbildung eines objektiv realen oder ideellen, konkreten oder abstrakten Sachverhalte oder Sachbereichs verstanden“[42] und anwendbare Mathematik als eine der Voraussetzungen der Mathematisierung untersucht.[43]

In den achtziger Jahren traten mit der umfassenden mathematischen Modellierung lokaler, spezialwissenschaftlicher, aber vor allem globaler Probleme die Sinnfragen in den Vordergrund weltanschaulichen Interesses. Die Diskussionen zu philosophischen Problemen der Mathematik schienen in den Positionen ihrer Vertreter zu erstarren. Manche verfolgten den mengentheoreti-[17]schen Ansatz, andere faßten Mathematik als Sprache der Wissenschaften, oder Mathematik wurde als Abstraktion der Konkretion der Philosophie entgegengestellt. Mit solchen Positionen allein sind die Sinnfragen nicht zu beantworten. Deshalb mußte ein neuer Ansatz gefunden werden. M. E. bestand er in der Verfolgung der historischen Kontroverse zwischen den Vertretern der Mathematik als der mathesis universalis* und den Kritikern einer allgemeinen Methodologie mit dem Hinweis auf menschliche Interessen, Emotionen u. a. Er zeigt sich gegenwärtig als Tendenz zur Mathematisierung und Humanisierung der Wissenschaften.

Mathematisierung ist Axiomatisierung, parametrische Modellierung und Idealisierung. Humanisierung ist Freiheitsgewinn der Persönlichkeit. Mathematisierung ist Effektivitätsmittel. Humanisierung ist Ziel der Effektivitätssteigerung.

Damit treten die unterschiedlichen Abstraktionsrichtungen von Philosophie und Mathematik in den Mittelpunkt philosophischen Interesses. Mathematik untersucht allgemeine (mögliche, formalisierbare) Seinsstrukturen. Philosophie beantwortet Sinnfragen, indem sie gesellschaftliche Werte als Zustandscharakteristika und Handlungsziele analysiert. Sie sind Bedeutungsrelationen von Sachverhalten für den Menschen, die Nützlichkeit, Sittlichkeit und Schönheit umfassen. Philosophie erweist sich so als strategisches Denken, als Weltanschauungstheorie, als weltanschauliche Lebens- und Entscheidungshilfe und als Erkenntnistheorie und allgemeine Methodologie.[44] Sie beschäftigt sich aber weiter mit den spezielleren philosophischen Fragen der Mathematik. Dazu gehören die Widerspiegelung als Einheit von abbildender Darstellung und konstruktiver Schöpfung von Seinsstrukturen, die Wahrheit mathematischer Aussagen in ihrer experimentellen Überprüfbarkeit durch Anwendung u. a. Dabei bildet sich ein umfassenderes Verständnis der Mathematisierung heraus.

4. Formen der Mathematisierung

In den Diskussionen um Ursachen, Ziele und Wesensbestimmungen der Mathematisierung werden verschiedene Formen diskutiert.[45] Sie umfassen die im letzten Abschnitt angedeutete Breite zwischen theoretischer Mathematik und ihren Anwendungen in den anderen Wissenschaften Wenn Mathematik in ihrer Einheit von Wi-[18]derspieglung als Abbild und Konstruk-

---

[40] H. Hörz: Marxistische Philosophie und Naturwissenschaften. S. 261.

[41] H. Hörz/U. Röseberg (Hrsg.): Materialistische Dialektik in der physikalischen und biologischen Erkenntnis. Berlin 1981. S. 357.

[42] Ebenda. S. 369.

[43] Ebenda, S. 370.

* Bezeichnet die von René Descartes entwickelte Idee einer Universalmathematik, mit der alles erklärt werden soll, was der Ordnung oder dem Maß unterworfen ist, und in der die deduktive Methode der Logik als universelles Erkenntnismittel dient.

[44] H. Hörz: Philosophie und Mathematik. In: Wiss. Ztschr. Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar. Heft 3-4/1982. S. 231 ff.

[45] Vgl. S. Paul: Mathematisierung: Wesensbestimmung, Ursachen, Ziele. (Literaturbericht) in: DZfPh Heft 7/1986. S. 637-642.

tion und von Heuristik betrachtet wird, dann kann von Mathematisierung im engeren und im weiteren Sinne gesprochen werden, denn die Widerspieglung mit mathematischen Axiomen, Gleichungen und Parametern ist enger als das mathematische Denken in seiner Heuristik. *Mathematisierung im engeren Sinne* ist die mathematische Darstellung von Theorien, die mathematische Modellierung, die Anwendung von Mathematik auf spezialwissenschaftliche Probleme. Auch sie enthält Heuristik. *Mathematisierung im weiteren Sinne* ist die Durchdringung wissenschaftlicher Erkenntnis mit der mathematischen Denkweise als einer bestimmten Art der Aufbereitung des theoretischen Gehalts der Forschungen, der Argumentation, des methodischen Herangehens. Diese Art der Mathematisierung verlangt die Berücksichtigung von grundlegenden und abgeleiteten Aussagen, die innere Konsistenz der theoretischen Erklärungen, die Beachtung der Schlußregeln, aber auch die Aufstellung von Hypothesen, die Auslotung der theoretischen Potenzen eines Ansatzes, um Erkenntnisgewinn zu erreichen. Stets ist dabei die Übersichtlichkeit der Argumentation zu wahren. In manchen gesellschaftswissenschaftlichen Disziplinen, aber auch in der Philosophie könnte diese Art der Mathematisierung die bloße Umwälzung vorhandenen Wissens beenden, die Angst vor ungewünschten Folgerungen zurückdrängen und unnötige Redundanzen beseitigen. Die Reduktion philosophischer Aussagen auf ihren wesentlichen Gehalt, der historisch gefunden, systematisch begründet oder empirisch aufgezeigt werden kann, könnte die Transformation theoretischer Ansätze ineinander möglich machen, um ihre Äquivalenz aufzeigen zu können und ihre entscheidenden Unterschiede zu erkennen. Dieser Art der Mathematisierung als Durchsetzung einer wissenschaftlichen Denkweise, die den Rationalitätskriterien der logischen Widerspruchsfreiheit, der Einfachheit, der Wahrheit und der Relevanz folgt, steht die Originalitätssucht einzelner Denker, die Ideenarmut mancher theoretischer Ansätze und der Streit um Worte bei der Exegese von Texten entgegen. Mathematisierung der Wissenschaften im engeren und weiteren Sinn ist so die Verwertung mathematischer Erkenntnisse, aber auch ihres rationellen Denkstils, zur Darstellung und heuristischen Entwicklung wissenschaftlicher Einsichten, zur Entwicklung von Technologien und zur Modellie-[19]rung von Systemverhalten als Grundlage sachkundiger Entscheidungen[46].

Die Mathematisierung der Wissenschaften fordert die Entwicklung der mathematischen Darstellungsmittel, um die unerschöpflichen materiellen Beziehungen und Objekte in ihrer relativen Abgeschlossenheit, aber auch in ihrer Selbstorganisation und Entwicklung rationell erklären zu können. Sie verlangt die Symbolisierung und Formalisierung von Zusammenhängen als Grundlage der mathematischen Modellierung. Sie ist aber auch eine Umwälzung der Denkweise, die es erst ermöglicht, die Organisations-, Tätigkeits-, Reaktions-, Kreativitäts- und Kulturvorteile der Informatik besser zu nutzen. Das gehört zum Bildungswert der Informatik, die das heuristische Methodenbewußtsein, die Selbstaktivität und die Antizipation durch Modellierung fördern kann.[47] Mathematisierung der Wissenschaften ist so der theoretische Kern wissenschaftlich fundierter Effektivitätssteigerung, die mit der Computerisierung des gesellschaftlichen Lebens, der Roboterisierung der Industrie, der Erleichterung schöpferischer Arbeit durch automatisierte Informationsverarbeitung verbunden ist. Über diesen Zusammenhang von Mathematisierung im weiteren Sinn und Potenzen der Informatik ist sicher weiter nachzudenken. Damit werden auch die Formen der Mathematisierung nicht nur unter dem Aspekt anwendungsbestimmter mathematischer Theorien gesehen, sondern weiter gefaßt, um die damit verbundenen Kreativitätspotenzen besser zur Humanitätserweiterung nutzen zu können.

In diesem Zusammenhang soll auf drei Formen der Mathematisierung eingegangen werden: die Anwendung der Mathematik, die mathematische Modellierung und die effektive Nutzung der qualitativ neuen Denkzeuge.

[46] Vgl. H. Hörz: Wissenschaft als Prozeß. S. 244.
[47] H. Hörz: Informatik und Bildung. In: Physik in der Schule. Heft 9/1988. S. 321-329.

Die *Anwendung der Mathematik* wurde, wie schon betont, bereits Ende des 19. Jahrhunderts problematisiert. K. Menger unterschied zwischen Begriffen der reinen und der angewandten Mathematik.[48] Nach ihm ist eine Größe ein geordnetes Paar, wobei das erste Element ein Objekt und das zweite eine Zahl ist. Ist nun das Objekt selbst keine Zahl, sondern eine Distanz oder eine messende Tätigkeit, dann gehört die Größe zur angewandten Mathematik. Die reine Mathematik hat danach logische Beziehungen zwischen Zahlen zum Gegenstand, die angewandte Mathematik stellt die Ver-[20]bindung zur Wahrnehmung her. Darauf baut S. Körner sein Verständnis von der Anwendung auf. „Die ‚Anwendung' der reinen, logisch von der Wahrnehmung getrennten Mathematik auf die Wahrnehmung besteht in einer mehr oder weniger streng geregelten Tätigkeit, die aus 1. der Ersetzung empirischer Begriffe und Sätze durch mathematische Begriffe und Sätze, 2. der Deduktion von Schlußfolgerungen aus den so zugänglich gemachten mathematischen Prämissen und 3. dem Ersetzen einiger der deduzierten mathematischen durch empirische Sätze besteht. Man könnte noch hinzufügen: 4. die experimentelle Bestätigung der zuletzt genannten Sätze – was jedoch die Aufgabe der experimentellen, nicht der theoretischen Naturwissenschaftler ist."[49] Körner verweist vor allem auf den Unterschied zwischen scharfen mathematischen und unscharfen empirischen Begriffen. Das ist sicher bei der Interpretation von Erkenntnissen zu beachten, die bei der Mathematisierung gewonnen werden. Wird jedoch die Schärfe der Begriffsbestimmung zum Maß der Exaktheit wissenschaftlicher Aussagen, dann ergeben sich philosophische Probleme. Exaktheit von Begriffsbestimmungen in idealisierten Systemen ist nicht das Maß der Adäquatheit zwischen Theorien und Sachverhalt. Je exakter die Begriffsbestimmung, desto idealisierter ist der damit erfaßte Begriffsinhalt. Die mathematische Erfassung der Realität ist bei der Anwendung der Mathematik deshalb nicht selten mit Abstrichen an dieser Exaktheit verbunden. Wird das als Einbuße von Wissenschaftlichkeit gesehen, dann wird Wissenschaft weniger als rationale Wirklichkeitsbewältigung, sondern mehr als rationeller Umgang mit idealisierten Welten verstanden. Mathematisierung verlangt deshalb die adäquatere Widerspiegelung der Wirklichkeit und nicht deren idealisierte Amputation von wesentlichen Komplexitäten. Es ist deshalb interessant, daß auch ein Umdenken in der Logik erfolgt. Möglichkeiten assoziativer Logik in einem Prozeß der Dialektisierung der Logik werden diskutiert, um die Wissenschaft der Logik als theoretische Erklärung der immanenten Logik der Sprache adäquater zu gestalten.[50] Das gilt auch für die Mathematisierung, die adäquate mathematische Mittel zu Wirklichkeitserklärung benötigt. In der Diskussion zwischen Logikern, Philosophen, Mathematikern und Spezialwissenschaftlern werden sowohl Anforderungen der Mathematisierung an die Pro-[21]blemaufbereitung als auch an die Entwicklung der mathematischen Mittel deutlich. Dem entspricht auch die umfangreiche Diskussion um die *mathematische Modellierung* als einer Form der Mathematisierung. In der philosophischen Diskussion wurde die Bedeutung der Modellmethode für die Wissenschaftsentwicklung herausgearbeitet.[51] Modelle können als Objekt- und Theorieersatz dienen. Sie helfen bei der Veranschaulichung von Theorien als möglichem Übergang zu ihrer praktischen Verwertung. Sie zeigen die technische Realisierbarkeit von Prinziplösungen in Funktionsmustern. Experimentelle, historische und mathematisch-logische Methode bestimmen den Umgang mit Modellen. Dabei sind mathematisierte Modelle von Modellen der Mathematik zu unterscheiden. Mit mathematischen Modellen als interpretierten Strukturen können Modelle, die als Objekt- oder Theorieersatz im Erkenntnisprozeß dienen, mathematisiert werden. Bei der Modellierung spielen deshalb mathematische Modelle eine wichtige Rolle. Es ist jedoch die Beziehung zwischen mathemati-

---

[48] Vgl. K. Menger: Calculus – A modern approach. Boston 1955.
[49] S. Körner: Philosophie der Mathematik. Eine Einführung. München 1968. S. 220 f.
[50] H. Hörz: Logik und Dialektik – Zu den Positionen von Weizäcker – Vortrag auf dem Kolloquium mit C. F. v. Weizsäcker in Leipzig 1988.
[51] Vgl. H. Hörz/M. E. Omeljanovskij (Hrsg.): Experiment, Modell, Theorie. Berlin 1982.

schem Modell als interpretierter mathematischer Struktur und mathematisiertem Modell als Hervorhebung wesentlicher Seiten der Wirklichkeit zur Analyse des Erkenntnisobjekts und zur Entscheidungsvorbereitung zu beachten. „Im Falle der mathematischen Modellierung betrachten wir das Modell nicht nur als abstrakte oder rein formale mathematische Struktur, sondern als interpretierbare bzw. interpretierte Struktur.“[52] Mathematische Modelle sind Übergänge von der idealisierten zur realen Struktur durch Interpretation. Sie zeigen als Minimum einen Fall, der mit diesen mathematischen Mitteln zu behandeln ist. Sie können aber auch der effektiveren und humaneren Beherrschung der Wirklichkeit durch Entscheidungsgrundlagen dienen.

Es werden grundlegende Etappen der mathematischen Modellierung unterschieden.[53] Dazu gehören: Erarbeitung des Wesens der Originale, Aufsuchen der mathematischen Mittel zur Modellierung, logisch-mathematische Analyse des Modells, Interpretation der Folgerungen, Vergleich mit empirischen Befunden. Diese verschiedenen Arbeitsschritte sind miteinander verflochten und verlangen für die Mathematisierung begleitende Forschung. Sie werden keineswegs nur hintereinander abgearbeitet. Auch Arbeitsteilung ist erforderlich. Bisher spielen in diesen Modellierungsphasen [22] die Sinnfragen keine Rolle. Wo jedoch mathematische Modellierung genutzt wird, um durch Effektivierung Humanitätsgewinn zu erreichen, sind die Entscheidungen auch an humanen Kriterien zu messen. Deshalb ist es wichtig, humane Ziele bei der Modellierung zu beachten und mit Verantwortung die Entscheidungsfolgen zu prüfen.

Da Modell und Original nie gleich sind, sonst könnte das Original selbst als Modell dienen, ist die Modellvorstellung, in der die Analogien oder Homologien zwischen Original und Modell erfaßt sind, stets auf ihre Zweckmäßigkeit entsprechend dem Ziel der Modellierung zu prüfen. Mathematische Modellierung unterliegt so der Erkenntnis- und Methodenkritik. Darin zeigt sich, daß Mathematisierung kein Selbstzweck ist, sondern der Nutzung von Effektivitätspotenzen dient. Darauf soll mit der dritten Form der Mathematisierung verwiesen werden.

„Die Sprache der Mathematik dient ... nicht nur als Mittel zum Ausdrücken eines Gedenkens, sondern fördert auch den Denkprozeß, hilft mit, neue Theorien usw. zu entwickeln.“[54] Das ist die mit der heuristischen Funktion der Mathematik verbundene erweiterte Form der Mathematisierung. Sie kann als theoretische und methodologische *Fundierung der effektiven Nutzung qualitativ neuer Denkzeuge* zur Erkenntniserweiterung, Technologieentwicklung und Entscheidungsvorbereitung charakterisiert werden. Mathematik ist dabei sowohl als Denkweise als auch mit ihren konkreten Forschungsresultaten und ihrem Fundus an existierenden Theorien gefordert. Adäquate Erfassung komplizierter Zusammenhänge in Theorie und Praxis ist nicht mit pseudomathematischen Erklärungen, aber auch nicht mit Berechnungen aus allzu vereinfachten Prämissen zu gewinnen. Idealisierung (Vereinfachung) ist immer erforderlich. Aber sie darf in der Entscheidungsvorbereitung nicht so weit getrieben werden, daß zwischen Plan und Resultat dann eine vermeidbar große Lücke klafft. Bisher konnte das Resultat vieler Entscheidungen abgewartet werden, um dann Korrekturen anzubringen. Inzwischen sind Risiko und Verantwortung durch die existentiellen Gefahren für die Menschheit zum Gattungsproblem geworden. Statt der Verursacherverantwortung, die die Verantwortlichkeit dann bestimmt, wenn der Schaden schon verursacht ist, muß Folgenverantwortung trotz ungenauer [23] Prognosen bei Gefahren- und Erfolgsrisiken übernommen werden. Das erfordert den Einsatz der Denkzeuge, um Antizipationen zu erreichen, die die Humanität unserer gegenwärtigen Entscheidungen, soweit möglich, garantieren. Diese Art der Mathemati-

[52] S. Paul/G. Ruzavin: Mathematik und mathematische Modellierung. S. 168.
[53] Ebenda, S. 68 ff.
[54] Ebenda, S. 160.

sierung muß weiter analysiert und gefördert werden. Sie entspricht dem kreativen Wesen der Menschen.

5. Problemfelder

Die Mathematisierung der Wissenschaften ist gegenwärtig ein Prozeß, in dem die rationale Wirklichkeitsbewältigung mit qualitativ neuen Denkzeugen erfolgt. Es gibt keinen Bereich der praktischen und theoretischen Auseinandersetzung der Menschen mit ihrer Umwelt, in dem Mathematisierung nicht möglich wäre. Ihr Ziel ist die effektive Nutzung menschlicher Problemlösungskapazitäten. Das ist mit vielen Fragen an die Philosophie verbunden. In welcher Richtung werden sich die Denkzeuge weiterentwickeln? Welche Erweiterung der mathematischen Mittel ist erforderlich, um die Wirklichkeit adäquater erfassen zu können? Gibt es Grenzen der Mathematisierung? Ist Philosophie mathematisierbar? Auf die mit der Beantwortung solcher Fragen verbundenen philosophischen Probleme kann nur im Sinne weiterer Anforderungen an die Philosophie eingegangen werden. Das soll für folgende Problemfelder geschehen: Was bestimmt die Revolution der Denkzeuge? Welchen Anforderungen stellt sich die Mathematik? Wie ist die dialektische Einheit von Mathematisierung und Humanisierung der Wissenschaften zu gewährleisten? Wie weit ist Philosophie selbst zu mathematisieren?

Denkzeuge sind menschliche Problemlösungskapazitäten. Sie sind vor allem mit der Sprache als Widerspieglung und Kommunikationsmittel verbunden. Die Denkzeuge entwickelten sich einerseits mit der Analyse der Sprache durch die Ausarbeitung ihrer Logik und der Rationalitätskriterien für wissenschaftliche Aussagen. Andererseits ging es um Mittel zur Speicherung, Repräsentation, Verarbeitung und Verbreitung von Wissen. Wir wissen, welche Bedeutung Buchdruck und dann die Entwicklung der Massenkommunikationsmittel vor allem für die Verbreitung von Wissen haben. Die Gefahren der Manipulierung dürfen dabei sicher nicht unterschätzt werden.

[24] Die mit der wissenschaftlich-technischen Revolution verbundene *Revolution der Denkzeuge* ist ihrem Wesen nach mit der schöpferischen Gestaltung und Nutzung künstlicher Intelligenz durch die Menschen verbunden. Künstliche Intelligenz ist ganz allgemein die Kapazität technischer Systeme zur Lösung menschlicher Probleme. Intelligente technische Systeme sind eine Einheit von schöpferischer Entwicklung, Konstruktion und Programmierung durch den Menschen und inneren Systemgesetzen. Prinzipielle Grenzen für die Erweiterung der künstlichen Intelligenz wären also nicht im Unterschied zwischen menschlicher und künstlicher Intelligenz zu suchen, wie das nicht selten geschieht, wenn auf das Unvermögen von Computern angespielt wird, Emotionen zu erfassen, Überzeugungen zu haben usw. Künstliche Intelligenz ist von der menschlichen Intelligenz unterschieden, aber es ist ein Definitionsproblem, was unter Emotionen oder moralischen Haltungen von Computern verstanden werden kann. Menschen sind auf jeden Fall in der Lage, ohne bisher bekannte prinzipielle Grenzen, immer neue Formen künstlicher Intelligenz zu entwickeln. Aber kein Computer kann Menschen mit ihrer Geschichte, Moral und Würde produzieren. Vielleicht macht dieser Extremfall den Unterschied deutlich. Entscheidend für das Verhältnis der Intelligenzen ist gerade nicht die Antwort auf die Frage, ob die künstliche der menschlichen Intelligenz sich in der Form, im Inhalt und in der Methode annähert, weil damit die Spezifik der technischen Problemlösung vernachlässigt wird. Dieses Argument der Annäherung spielte schon in der Roboterdiskussion eine Rolle. Es wurde gefragt, ob Roboter dem Menschen überlegen seien. Das ist aber gerade der Sinn solcher Konstruktionen, menschliche Tätigkeiten zur Produktion materieller und kultureller Güter effektiver, d. h. schneller, zuverlässiger und in hoher Qualität durchzuführen, mit dem humanen Effekt, Menschen von gefährlichen und eintönigen Arbeiten zu befreien.

Die Revolution der Denkzeuge ist wesentlich für die Entwicklung der schöpferischen Potenzen der Menschen. Das hebt den prinzipiellen Unterschied zwischen Mensch und intelligenten technischen Systemen (Computer höherer Generationen) nicht auf. In einer Intelligenzhierarchie ist jedes System, das eine Theorie über die Mechanismen eines anderen Systems besitzt, um eine [25] Ordnung intelligenter. Das gilt für die Konstrukteure künstlicher intelligenter Systeme. Da nun Computer in ihrer Kapazität zur Problemlösung bestimmten Individuen überlegen sind, ist ihr Einsatz mit der Arbeitsteilung ein wichtiges Effektivitätsmittel. Die philosophische Frage spitzt sich nun darauf zu, ob diese Bewußtseinstechnologien vom Menschen beherrscht werden oder ihn beherrschen können. Die Trennung von Informations- und Ereigniswelt bringt dabei viele Probleme mit sich.

Für unser Thema ist etwas anderes wichtig. Die Revolution der Denkzeuge hat gezeigt, daß die Mittel zur Problemlösung nicht allein an menschliche Organe gebunden sind. Im Mensch-Maschine-Dialog können komplizierte Aufgaben schneller oder überhaupt erst gelöst werden. Mit Prozeßsteuerung sind operative Entscheidungen verbunden. Es geht um die sinnvolle Nutzung der Denkzeuge, um Probleme auf humane Weise zu lösen.

Prinzipielle Grenzen künstlicher intelligenter Systeme könnten einmal in den Natur- und technischen Gesetzen, in der Existenz von Natur- und Materialkonstanten bestehen, zum anderen in möglichen Grenzen menschlicher Intelligenz. Wir haben jedoch ständig mit historischen Grenzen, nämlich unserem derzeitigen Erkenntnisstand, dem Niveau der Produktivkräfte, den gesellschaftlichen Bedürfnissen und den von uns selbst bestimmten ökonomischen, rechtlichen und politischen Bedingungen sowie den weltanschaulichen Haltungen zu tun. Die List der Vernunft hilft, prinzipielle Grenzen zu umgehen und die Erkenntnishorizonte und materiellen Möglichkeiten zu erweitern. Mit der Revolution der Denkzeuge ist der kulturelle Hintergrund der Mathematisierung in unserer Zeit charakterisiert. Die Entwicklung künstlicher intelligenter Systeme erfordert den umfangreichen Einsatz der logisch-mathematischen Methode, d. h. der konstruktiv-deduktiven Fähigkeiten der Menschen zur Lösung von Problemen unter Beachtung der logischen Kriterien des Umgangs mit der Sprache. Dazu sind die mathematischen Mittel selbst zu erweitern. Ihre universelle Nutzbarkeit erlaubt es, strukturell und funktionell verschiedene Systeme mit formaler Analogie mathematisch zu erfassen und die Spezifik in der Modellierung durch Interpretation der Operatoren zu berücksichtigen. Die Mathematisierung stellt so Denkwerkzeuge (Denkzeuge) zur Verfügung, mit denen [26] komplizierte Prozesse analysiert, modelliert, prognostiziert. gesteuert und geregelt sowie Entscheidungsgrundlagen erarbeitet werden.

Die notwendige *Erweiterung der mathematischen Mittel* kann an zwei Problemkreisen verdeutlicht werden: der Zuverlässigkeitstheorie und der Erklärung der Selbstorganisation. Während die Erweiterung der Zuverlässigkeitstheorie sich in erster Linie aus gesellschaftlichen Bedürfnissen ergibt, haben theoretische Ansätze zum Verständnis der Selbstorganisation vor allem wissenschaftlich-theoretische Determinanten.

Mit der Beherrschung großtechnischer Systeme, deren Havarien ungeheure Schadensdimensionen mit langfristigen Folgen für den Menschen haben können, tritt das Problem der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit großer technischer Anlagen und Systeme immer mehr in den Mittelpunkt theoretischen Interesses.[55] Zuverlässigkeit eines technischen Systems ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es in einer bestimmten Zeit unter vorgegebenen Bedingungen Aufgaben und Funktionen erfüllt. Die Erweiterung dieser Theorie machte sich deshalb erforderlich, weil große technische Systeme nicht einfach die Summe ihrer Elemente sind. Es geht um die Beherrschung der Komplexität, der Risiken und der möglichen Havariefolgen. Der Einbau von Redundanzen ermöglicht es, den Ausfall von Systemelementen zu kompensieren.

[55] Vgl. Vorträge und Diskussionen auf der Arbeitsberatung des Plenums der AdW der DDR vom 13.10.1988 zum Thema: „Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit großer technischer Anlagen und Systeme“.

Humanes Ziel ist die Entwicklung intelligenter Technik, die Systeme vor menschengefährdender Selbstzerstörung bewahrt, Ausfälle kompensiert, auf Störungen optimal reagiert und eine Schnittstelle zwischen Mensch und System besitzt, die bei der Notwendigkeit menschlicher Entscheidungen den sofortigen Zugriff ermöglicht. Die mathematische Modellierung und Computersimulation ermöglicht es, Möglichkeitsfelder des Verhaltens zu erfassen und ein Feld möglicher Lösungen zu bestimmen, aus dem, mit Entscheidungskriterien, robuste Lösungen gefunden werden. Nicht-Linearität, Steifheit, Komplexität und Zielorientierung können so mathematisch erfaßt werden. Es geht um rechnergestützte Denkzeuge zur qualitativen Analyse nicht-linearer Systeme, die erarbeitet wurden und weiter ausgebaut werden.

Damit ist eine Antwort auf eine alte philosophische Frage mit praktischer Relevanz gegeben: Mathematik befaßt sich mit Maßver-[27]hältnissen als der Einheit von quantitativen (meßbaren und berechenbaren) Bestimmungen und qualitativen (strukturellen, informationellen, funktionellen) Spezifika des Systemverhaltens. Beginnend im 16. Jahrhundert versuchte man, im Zusammenhang mit dem Studium der Werke von Aristoteles, Euklid u. a., die Mathematik als eine allgemeine Wissenschaft von den Eigenschaften und Prinzipien der Quantität zu entwickeln. Sie sollte eine mathesis universalis sein, die alle Relationen und Proportionen umfaßt und so als allgemeine Methodologie gelten könnte. Für Descartes war die mathesis universalis das Ideal der allgemeinen Mathematik, mit der Ordnung und Maß aller unterschiedlichen Qualitäten erfaßt werden kann. Im Weltbild des mit der klassischen Mechanik verbundenen mechanischen Materialismus kulminierte mit dem Laplaceschen Determinismus die Idee einer quantitativen Bestimmung aller unterschiedlichen Qualitäten. Die tiefere Einsicht in die qualitativen Unterschiede der Elementarobjekte, die Differenziertheit der Struktur- und Entwicklungsniveaus der Materie, zwang zur Einsicht in die dialektische Einheit von Quantität und Qualität, was Auswirkungen auf das Verständnis der Mathematik hatte.[56] Überlegungen zur Selbstorganisation der Materie zeigen zwei Tendenzen: Mathematisierung und Dialektisierung. Mit der Mathematisierung werden die Fluktuationstheorie und die theoretische Grundlegung mit mathematischen Mitteln weiter vorangetrieben, wobei Skeptiker den bisher erreichten Stand als theoretisch unzureichend kritisieren und an der Möglichkeit einer allgemeinen mathematischen Theorie der Selbstorganisation zweifeln. Es gibt jedoch vielfältige Untersuchungen zur Spezifik der Selbstorganisation in unterschiedlichen Struktur- und Entwicklungsniveaus der Materie. Hinzu kommt die interessante mathematische Modellierung unterschiedlicher Evolutionsprozesse.[57]

Die Dialektisierung betrifft die philosophische Grundlegung des theoretischen Verständnisses der Beziehungen von Komplexität und Zeit. So wie die philosophische These von der Selbstbewegung der Materie mit der theoretischen Auffassung von der dissipativen Strukturbildung verbunden ist, so müssen Überlegungen zur Selbstorganisation auf ihre philosophische Bedeutung für die Entwicklungstheorie analysiert werden, um deren heuri-[28]stisches Potential nutzen zu können. Das trifft auch auf Überlegungen zum menschlichen Verhalten als Selbstorganisation zu.[58] Die erkenntnistheoretische Problematik, mit Selbstorganisation das Werden zu erfassen, Zeit als Existenzform der Materie zu begreifen[59], den Übergang von einer Qualität zur anderen, neuen und höheren Qualität zu begreifen, wird in vielen Arbeiten aufgegriffen.

Nicht selten entsteht dabei der Eindruck, daß alte Konzepte mit neuer Terminologie verbunden werden, ohne neue Ideen als Erklärungspotential einzubringen. Die Gefahr besteht deshalb darin, daß in wenig seriösen Arbeiten entweder Pseudomathematik oder Pseudophi-

[56] Vgl.-H. Hörz: Marxistische Philosophie und Naturwissenschaften. S. 274 ff.
[57] Vgl. W. Ebeling/R. Feistel: Physik der Selbstorganisation und Evolution. Berlin 1982.
[58] H. Hörz: Menschliches Verhalten als Selbstorganisation? (Vortrag auf dem Karl-Marx-Plenum der AdW der DDR 1988).
[59] H. Hörz: Philosophie der Zeit. Zum Zeitverständnis in Geschichte und Gegenwert. Berlin 1989 – siehe auch: http://www.max-stirner-archiv-leipzig.de/dokumente/Hoerz-Philosophie_der_Zeit.pdf.

losophie entsteht. Für die Entwicklung der Auffassungen zur Selbstorganisation sind die Abstraktionsrichtungen von Mathematik und Philosophie zu beachten. Die Mathematisierung von Evolutionstheorien ist eine große theoretische Herausforderung.

Mathematisierung und Humanisierung der Wissenschaften charakterisieren den Zusammenhang von Effektivitätsmitteln einerseits und wissenschaftlichen Grundlagen zur Erweiterung der Humanität andererseits. Daraus ergeben sich aber auch Forderungen an die philosophische Analyse der Dialektisierung der Wissenschaften als Einheit beider Tendenzen.

Greifen wir dazu das Zuverlässigkeitsproblem noch einmal auf. Die Mathematisierung umfaßt alle Momente der großtechnischen Systeme. Das betrifft die Zuverlässigkeit der Bauelemente, des Prozeßverlaufs, der eingesetzten Software, der Operateure u. a. Die Mathematisierung aller Elemente des Systems ist mit der Mathematisierung des Mensch-Technik-Komplexes verbunden. Diese Synthese der mathematisierten Elemente ist eine neue Qualität, in der die Einheit von Mathematisierung und Humanisierung entscheidend ist. Der Mensch ist eben nicht nur mit seinen Produktivkraftfähigkeiten eine zuverlässige Maschine, also Objekt im Prozeß, sondern Persönlichkeit mit Anforderungen an die schöpferische Tätigkeit mit Glücksanspruch und mit Fehlern. Seine Subjektfunktion zeigt sich nicht nur in der Konstruktion technischer Systeme, sondern auch in seinem Verhalten im Mensch-Maschine-Dialog. Das hat positive Seiten, weil Kognition die Zuverlässigkeit erhöhen kann, aber auch negative Auswirkungen, [29] wenn menschliches Versagen zu Havarien führt. Die humane Orientierung der Mathematisierung kann in drei Richtungen vor sich gehen: Erstens ist der Mensch überall dort zu ersetzen, wo Fertigungsprozesse ohne ihn möglich sind. Er übernimmt dann neue Aufgaben, die die Analyse, Steuerung, Reglung und Entscheidungskompetenz betreffen. Zweitens müssen Menschen in Abhängigkeit vom Entwicklungsstand der Gesellschaft und auch der Technik kulturell sinnvolle Tätigkeiten übernehmen. Deshalb ist ihr Einsatz als Produktivkraft auch durch das Ergebnis zu rechtfertigen, obwohl der Arbeitsprozeß ungenügend den Anforderungen der Persönlichkeitsentwicklung entspricht. Drittens geht es aber um die Entwicklung intelligenter Technik als der wesentlichen humanen Aufgabe der Mathematisierung, um schöpferisches Verhalten und Gestalten im Arbeitsprozeß zu ermöglichen. Das erst macht kulturell sinnvolle auch zur individuell sinnvollen Tätigkeit.

Die Frage nach der *Mathematisierung der Philosophie* kann, trotz aller Schwierigkeiten im Detail, prinzipiell so beantwortet werden: Philosophie bleibt weiterhin Reservoir für neue Forschungsrichtungen und wissenschaftliche Disziplinen. Manches philosophische Problem, wie Beweis, Entscheidung, Bewußtheit, Selbstorganisation u. a., wurde zur spezialwissenschaftlichen Aufgabe. Das ermöglicht und erzwingt Mathematisierung. Das Wesen der Philosophie ist jedoch die Beantwortung von Sinnfragen, von Fragen nach dem Wert von Sachverhalten für den Menschen, und diese Antworten sind zwar rechnergestützt zu geben, aber nicht mathematisierbar. Deshalb gilt als Fazit: Philosophie ist überall dort mathematisierbar, wo sie wissenschaftliche Antworten auf Fragen nach dem Ursprung der Welt, nach der Quelle des Wissens, nach den Möglichkeiten des Freiheitsgewinns gibt. Sie ist aber als Weltanschauung zwar statistisch in ihrer Verteilung von Ansichten zu untersuchen, aber nicht mathematisierbar. In diesem Sinne ist Philosophie immer wieder neu gefordert, um erkenntnis- und methodenkritisch zu wirken, um neue Fragen zu provozieren und das humane Ziel des Freiheitsgewinns zu begründen. Deshalb befaßt sich Philosophie auch mit den praktischen Grenzen der Wissenschaft und damit der Mathematisierung, eben mit der Humanität, der Spontaneität, der Individualität und der Emotionalität.[60] Philosophie ist in bestimmter Hinsicht Meta-[30]theorie der Mathematik, wenn es um Grundlagen der Methodologie, um die Dialektik des Erkennens, um Humanität und Subjektivität geht.

[60] H. Hörz: Wissenschaft als Prozeß. S. 31 ff.

6. Konsequenzen

Mit der Charakterisierung der Problemfelder sind Aufgaben an die Philosophie formuliert. Dabei soll als Fazit auf vier Konsequenzen kurz verwiesen werden:

Erstens: Die Philosophie muß die neue Qualität der Denkzeuge in ihrer Bedeutung für Gesellschafts-, Wissenschafts- und Persönlichkeitsentwicklung genauer analysieren, um den kulturellen Hintergrund wesentlicher Veränderungen der Arbeits- und Lebensweise zu kennen und humane Ziele aus den Möglichkeiten der Umgestaltung bestehender Verhältnisse zu bestimmen.

Zweitens: Eine Vielzahl erkenntnistheoretischer und methodologischer Probleme ist zu lösen. Sie betreffen die Wahrheits- und Entscheidungsproblematik, die Entwicklungsrichtungen intelligenter Technik, die Analyse der künstlichen Intelligenz, die Risikoproblematik, das Verhältnis von System und Element u. a. Dazu kann das heuristische Potential der materialistischen Dialektik nur genutzt werden, wenn es selbst durch Entwicklung der Philosophie besser aufbereitet wird.

Drittens: Mit der Entwicklung der künstlichen Intelligenz entstehen neue Anforderungen an die Logik. Die früher scharfe Trennung zwischen mathematischer und philosophischer Logik im Wissenschaftstyp der industriellen Revolution mit seinen scientistischen Reduktionen von Wert-, Verantwortungs- und Interessenproblemen auf die Differenz von Existenz- und Sollsätzen weicht dem konstruktiven Dialog von Logikern, Philosophen und Mathematikern, um dem objektiven Zwang zur Technologisierung der Logik zu entsprechen. Mehr Ideen, die die Dialektisierung der Logik betreffen, könnten die Diskussionen um eine Wissenschaft der Logik, die der logischen Bewältigung von spezialwissenschaftlichen und praktischen Aufgaben angemessener ist und assoziatives Herangehen fördert, befruchten.

Viertens: Die Revolution der Denkzeuge erfordert Konsequenzen für die Bildung. Informatik wird gelehrt. Die Auswirkungen auf andere Fächer sind noch exakter zu bestimmen. Das gilt auch für [31] das Verhältnis von Mathematik, Informatik, Methodenbewußtsein und Fachspezifik der verschiedenen Fächer.

Die Mathematisierung der Wissenschaften erweist sich so als eine nicht zu umgehende Herausforderung der Philosophie als Weltanschauungstheorie, strategisches Denken und Entscheidungshilfe. [35]

Georgij Ruzavin
Methodologische Probleme der mathematischen Modellierung und des numerischen Experimentes[1]

1. Einführung

Eines der wichtigsten Verfahren der Mathematisierung des modernen wissenschaftlichen Wissens ist die mathematische Modellierung und die sich auf ihr gründende maschinelle experimentelle Tätigkeit. Hierbei handelt es sich um ein Experimentieren mit den mathematischen Beschreibungen der zu untersuchenden Prozesse unter Verwendung elektronischer Rechenmaschinen.

Die Anwendung elektronischer Rechenmaschinen veränderte in starkem Maße den Stil angewandter mathematischer Forschungen und erweiterte beträchtlich die Möglichkeiten der Mathematisierung des modernen wissenschaftlichen Wissens. So waren die Wissenschaftler

[1] Übersetzt und bearbeitet von S. Paul.

z. B. früher oft gezwungen, ihre Modelle zu vereinfachen, um überhaupt ein zahlenmäßiges Resultat zu erhalten. Demgegenüber entfällt heute zu einem großen Teil die Notwendigkeit einer solchen Vereinfachung dank einer vorhandenen effektiven Rechentechnik. Darüber hinaus ist es möglich, unter Heranziehung elektronischer Rechenmaschinen eine Vielzahl von Modellvarianten zu berechnen und unter ihnen eine optimale auszuwählen.

2. Das mathematische Modell als Grundlage der Mathematisierung der Wissenschaften

Die Erforschung beliebiger realer Systeme und Prozesse beginnt mit der Aufdeckung qualitativer Abhängigkeiten zwischen ihren Eigenschaften und Beziehungen. Danach geht es darum, quantitative Beziehungen zwischen Größen und Strukturen der untersuchten Systeme und Prozesse in der exakten Sprache der Mathematik zu beschreiben.

Um quantitative und strukturelle Beziehungen natürlicher, gesellschaftlicher und technischer Systeme und Prozesse in der Sprache der Mathematik darzustellen, ist es notwendig, die realen Systeme und Prozesse zu schematisieren und zu idealisieren. Man hat es dann im folgenden *direkt* nicht mehr mit den realen [36] Systemen und Prozessen selbst zu tun, sondern mit ihrer mathematischen Beschreibung, mit ihrem mathematischen Modell. Worin besteht die charakteristische Besonderheit mathematischer Modelle? Inwiefern sind sie anderen Modellen ähnlich, und wodurch unterscheiden sie sich von ihnen?

In der modernen Wissenschaft versteht man gewöhnlich unter einem Modell ein materielles oder konzeptuales (begriffliches) System von Objekten, das, erstens, in dieser oder jener Form bestimmte Eigenschaften und Beziehungen eines Originals abbildet, reproduziert, das, zweitens, in einem genau bestimmten Sinne das betreffende Original ersetzt und dessen Studium, drittens, neue Informationen über das Original liefert. In allen materiellen Modellen gründet sich die Ersetzung des Originals durch das Modell entweder auf die Ähnlichkeit ihrer Strukturen oder auf Analogien in ihrem Funktionieren, Verhalten.

Mathematische Modelle gehören zu den konzeptualen, zu den Zeichenmodellen und dienen der (insbesondere quantitativen) Beschreibung wechselseitiger Zusammenhänge zwischen verschiedenen Größen und Strukturen bestimmter Systeme und Prozesse. Die wechselseitigen Zusammenhänge werden mathematisch zu einem großen Teil mit Hilfe von algebraischen, Differential- und Integralgleichungen sowie ganzer Systeme dieser Gleichungen beschrieben. „Das erhaltene Gleichungssystem zusammen mit den bekannten Daten, die für seine Lösung notwendig sind (die Anfangs- und Randbedingungen, die Werte der Koeffizienten der Gleichungen usw.) bezeichnet man als mathematisches Modell der Erscheinung“[2]. Insofern für die mathematische Beschreibung von Erscheinungen im Prinzip nicht nur Gleichungen und Gleichungssystems verwendet werden können, sondern auch andere, „abstrakte“ Strukturen, kann man ein mathematisches Modell als ein beliebig interpretiertes System mathematischer Objekte betrachten. Die Idee der Interpretation, d. h. der Zuordnung eines Sinns zu den abstrakten Objekten und ihren Beziehungen, den Größen, Funktionen, Gleichungskoeffizienten und ihren wechselseitigen Zusammenhängen, spielt eine wichtige Rolle beim Aufbau eines mathematischen Modells.

Die mathematische Modellierung ist ein Spezialfall der Modellierung im allgemeinen. Erstens bilden mathematische Modelle, [37] wie andere Modells auch, einige wesentliche Eigenschaften und Beziehungen des jeweiligen Originals ab. Im gegebenen Falle handelt es sich um quantitative und strukturelle Beziehungen. Ihre Aufdeckung kann sehr schwierig sein, weil sie ein tiefgründiges Studium der Prozesse auf qualitativem Niveau voraussetzt. Um quantitative Beziehungen abzuheben, Dinge quantitativ vergleichbar zu machen, müssen sie auf ein und dieselbe Einheit bezogen (reduziert) werden. Darauf weist Marx hin: „Nur als Ausdrücke dersel-

[2] A. A. Samarskij, Čte takow vyčislitel’ nyj éksperiment?, in: Nauka i žizn, Heft 2/1979, S. 27.

ben Einheit sind sie gleichnamige, daher kommensurable Größen."[3] Soweit mathematische Modelle die Wirklichkeit mit Hilfe verschiedenartiger Gleichungen, Gleichungssystem, abstrakter Strukturen usw. beschreiben, ersetzen sie zweitens das Original in einem genau bestimmten Sinne. Die grundlegenden Formen und Konstruktionsverfahren mathematischer Modelle werden in entscheidendem Maße durch jene Ziele und Aufgaben bestimmt, die über die mathematische Modellierung realisiert werden sollen. Insofern diese Ziele sehr verschiedenartig sein können, kann auch die Klassifizierung der Modelle recht unterschiedlich sein. Bestimmte Modelle dienen z. B. der Beschreibung des Funktionierens oder Verhaltens eines gewissen Systems, andere dagegen der Analyse ihrer Struktur. Nicht selten werden Modelle für die Voraussage bestimmter Ereignisse oder Prozesse geschaffen. Manchmal werden sie für die Überprüfung gewisser Hypothesen, aber auch für die heuristische Bewertung dieser oder jener Annahmen und wissenschaftlichen Ideen konstruiert. In bestimmter Hinsicht erweist es sich als zweckmäßig, erstens zwischen funktionalen und Strukturmodellen sowie zweitens zwischen „streng" determinierten („dynamischen") Modellen einerseits und Wahrscheinlichkeits-, statistischen bzw. stochastischen Modellen andererseits zu unterscheiden.

Die weiteste Verbreitung in der Wissenschaft erhielten die funktionalen Modelle, mit deren Hilfe wechselseitige Zusammenhänge zwischen den verschiedensten Größen in Natur und Gesellschaft beschrieben werden. Insofern der Zusammenhang zwischen Größen und anderen Charakteristika realer Prozesse mathematisch mit Hilfe von Funktionen beschrieben wird, fanden die Methoden der Analyse derartiger funktionaler Abhängigkeiten – von der Differential- und Integralrechnung bis hin zur Funktionalana-[38]lysis – sehr breite Anwendung bei der mathematischen Modellierung.

Eine charakteristische Besonderheit funktionaler Modelle besteht darin, daß sie nicht die Untersuchung des Aufbaus bzw. der Struktur realer Systeme zum Ziel haben, sondern das Verhalten bzw. die Handlungen dieser Systeme beschreiben. Eine sehr einfache Form eines funktionalen Modells ist das Modell vom Typ des „schwarzen Kastens", bei dem die Eingangsinformation dem Forscher bekannt ist und als Argument einer Funktion angesehen werden kann. Die Ausgangsinformation entspricht in diesem Falle dem Funktionswert. Die Aufgabe der Modellierung besteht hier darin, jene konkrete mathematische Funktion aufzufinden, gemäß der den Argumentwerten die entsprechenden Funktionswerte zugeordnet werden.

Mathematische Strukturmodelle begann man anzuwenden, als die Mathematik von der Untersuchung rein quantitativer Beziehungen zwischen Größen zur Erforschung verschiedenartigster „abstrakter" Strukturen überging. Die Analyse solcher struktureller Beziehungen spielt eine wesentliche Rolle bei der Modellierung von Systemen, die in der Biologie, den sozialökonomischen und Humanwissenschaften untersucht werden.

Insbesondere unter dem Gesichtspunkt wissenschaftlicher Voraussagen ist es zweckmäßig, zwei weitere Modellklassen voneinander zu unterscheiden. Zur ersten Klasse gehören die „streng" determinierten oder „dynamischen" Modelle, für die charakteristisch ist, daß sie bei entsprechend vorhandener Information völlig eindeutige, zuverlässige Voraussagen gestatten. Als ein klassisches Beispiel für Modelle dieses Typs können die Systeme von Differentialgleichungen der klassischen Mechanik und der Gravitationstheorie Newtons sowie die Gleichungen der Maxwellschen Elektrodynamik dienen. Hinreichend bekannt ist, welche zuverlässigen Voraussagen der Sonnen- und Mondfinsternisse, von Ebbe und Flut, der Bewegungen der Himmelskörper auf der Grundlage mathematischer Modelle der Mechanik und der Gravitationstheorie gemacht werden. Mit Hilfe der Gleichungen der Elektrodynamik wurde zum ersten Mal die Existenz von Radiowellen vorausgesagt. Gerade die Genauigkeit, Eindeu-

[3] K. Marx, Das Kapital, Erster Band, in: K. Marx/F. Engels. Werke, Band 23, Berlin 1962. S. 64.

tigkeit und Zuverlässigkeit der mit Hilfe von Modellen des „streng“ determinierten [39] Typs gemachten Voraussagen, aber auch ihre relative Einfachheit waren und sind für ihre breite Anwendung in der exakten Naturwissenschaft bestimmend.

Die Genauigkeit, Einfachheit und Zuverlässigkeit dieser Modelle wird jedoch zu einem großen Teil auf Kosten einer Vereinfachung, Schematisierung und Idealisierung der betrachteten Erscheinungen erreicht. So abstrahiert man z. B. in der Thermodynamik von dem inneren Mechanismus der Wärmeprozesse und begnügt sich mit „streng“ determinierten Modellen. In der statistischen Physik werden diese Prozesse auf der Grundlage molekular-kinetischer Vorstellungen über den Stoffaufbau untersucht. Man wendet sich hier statistischen Modellen zu. Solche Modelle berücksichtigen die Wechselwirkung einer großen Anzahl von Molekülen, aus denen der Stoff besteht, aber auch den statistischen Charakter der Gesetze selbst, denen die Wechselwirkung bzw. Bewegung der Moleküle unterliegt. Voraussagen auf der Grundlage dieser Modelle besitzen nur Wahrscheinlichkeitscharakter. Nicht selten ist dieser Umstand die Ursache für die Unterbewertung statistischer Modelle. Man muß sich jedoch darüber im klaren sein, daß bei der Untersuchung sogenannter zufälliger massenhafter Erscheinungen, bei der Analyse der Wechselwirkung einer großen Anzahl von Komponenten in statistischen Kollektiven, wenn es nicht möglich ist, von dieser Wechselwirkung zu abstrahieren, andere Modelle die hierbei entstehenden quantitativen Gesetzmäßigkeiten nicht besser abbilden als die statistischen Modelle.

Ein charakteristischer Zug der Entwicklung der modernen wissenschaftlichen Erkenntnis besteht gerade darin, daß das spezifische Gewicht der Wahrscheinlichkeits- und statistischen Methoden und der auf diese sich gründenden Modelle zunimmt. Diese Methoden werden heute nicht nur in der Physik und Biologie, sondern auch in der Ökonomie, Soziologie und in anderen Gesellschafts- und Humanwissenschaften angewandt. Dabei stützen sich einige Modelle nicht auf die statistische Interpretation der Wahrscheinlichkeit, sondern auf die Wahrscheinlichkeit, die auf der Grundlage der Bewertung des Grades eines „vernünftigen Glaubens“, der Präferenz, der Expertenmeinungen bestimmt wird, also nicht auf eine objektive, sondern auf eine subjektive Interpre-[40]tation der Wahrscheinlichkeit, die die Tätigkeit des Subjektes, das unter den Bedingungen der Unbestimmtheit handelt, berücksichtigt.

3. Mathematisch (numerische) Experimente

Eine charakteristische Besonderheit derartiger Experimente besteht darin, daß bei ihnen nicht mit den realen Objekten selbst, sondern mit ihren mathematischen Beschreibungen (Modellen) experimentiert wird. Hieraus ergibt sich auch die Bezeichnung des mathematischen Experiments. Insofern als Mittel für die Analyse des Modells eine Rechenmaschine verwendet wird, bezeichnet man ein solches Experiment oft auch als numerisches oder Maschinenexperiment.

Ihrer gnoseologischen Natur nach nimmt das mathematische Experiment eine Zwischenstellung zwischen einem Natur- und einem Gedankenexperiment ein. Im Unterschied zu einem reinen Gedankenexperiment wird in einem mathematischen Experiment jedoch nicht irgendein Modell allein analysiert, sondern eine ganze Serie solcher Modelle, um unter ihnen das optimale herauszufinden. Möglichkeiten für derartiges Experimentieren ergaben sich erst nach dem Aufkommen von Computern der dritten und vierten Generation, die im Dialogregime arbeiten können. „Erst mit dem Aufkommen des Dialogs begannen das Experiment und die Prinzipien seiner Organisation in die Mathematik einzugehen, und es wurden Horizonte der Mathematikanwendung entdeckt, an die früher keiner dachte.“[4]

Notwendige Voraussetzung des mathematischen Experiments ist das Vorhandensein eines mathematischen Modells, mit dessen Hilfe z. B. ein Prozeß untersucht oder ein technisches

[4] N. N. Moiseev. Matematika stavit ėksperiment, Moskva 1979, S. 9.

System projektiert wird. Einfache mathematische Modelle wie auch Gedankenexperimente finden wir natürlich schon zu Beginn der Neuzeit, insbesondere in den Forschungen Galileis zur mechanischen Bewegung der Körper. Jedoch waren diese Modelle lange Zeit der Analyse relativ einfacher Prozesse in der Astronomie, der Mechanik, der Optik, der Thermodynamik und anderer Zweige der exakten Naturwissenschaft angepaßt. Aber sogar hier war es oft notwendig, die Modelle stark zu vereinfachen, damit man sie mit den vorhandenen analytischen Methoden untersuchen konnte. Verursacht [41] wurde das dadurch, daß in dieser Zeit effektive Rechenmittel fehlten und man deshalb die Frage nach dem Experimentieren mit Modellen der zu erforschenden Erscheinungen gar nicht stellen konnte.

Um eine klarere Vorstellung über das Wesen des mathematischen Experiments zu erhalten, betrachten wir kurz die grundlegenden Etappen seiner Durchführung. Nach Samarskij lassen sich fünf Etappen voneinander unterscheiden.[5] In der ersten Etappe wird ein mathematisches Modell der zu untersuchenden Prozesse entwickelt, d. h., diese Prozesse werden in der Sprache der Mathematik beschrieben. Zu einem großen Teil wird dafür die Sprache der klassischen Mathematik verwendet, insbesondere verschiedenartige Systeme algebraischer, Differential- und Integralgleichungen, obwohl man sich hierbei im Prinzip auch komplizierteren Strukturen der modernen Mathematik zuwenden kann. Der Aufbau des mathematischen Modells stellt einen sehr wichtigen Teil der Untersuchung dar; von ihm hängt sehr stark der Erfolg des mathematischen Experiments ab. Notwendig ist hierbei insbesondere, jene wesentlichen Eigenschaften und Beziehungen aufzudecken, die den zu untersuchenden Prozeß charakterisieren. Das erfordert vor allen Dingen Kenntnisse bezüglich der qualitativen Besonderheiten der modellierten Prozesse. Deshalb sind beim Aufbau mathematischer Modelle komplizierter Erscheinungen oder technischer Projekte oft große Kollektive von Spezialisten mit verschiedenem Profil beteiligt. Die Aufgabe dieser Spezialisten besteht darin, auf qualitativem Niveau die grundlegenden Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten, die den zu erforschenden Erscheinungen eigen sind, aufzudecken. Die angewandten Mathematiker müssen dann jene qualitative Beschreibung in die exakte Sprache der Mathematik übersetzen – mit Hilfe dieser oder jener Gleichungssysteme oder anderer mathematischer Strukturen.

In der zweiten Etappe des mathematischen Experiments wird ein numerischer Algorithmus für die Lösung der in der ersten Etappe formulierten Aufgabe gesucht. Insofern das mathematische Modell häufig mit Hilfe einer Gleichung oder eines Gleichungssystems dargestellt wird, ist es notwendig, von der mathematischen Beschreibung mittels stetiger Funktionen zur Beschreibung mit Hilfe von Funktionen eines diskreten Argumentes überzugehen. [42] Natürlich besitzt die so erhaltene Lösung nur Näherungscharakter; jedoch können alle Größen in der Praxis nur mit diesem oder jenem Genauigkeitsgrad gemessen werden, und deshalb verliert das Streben nach absoluter Genauigkeit jeden Sinn. Eine der wichtigsten Forderungen, die an den numerischen Algorithmus gestellt werden, ist die Ermittlung eines „vernünftigen“ Genauigkeitsgrades des Ergebnisses, das mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschinen erhalten werden soll.

In der dritten Etappe des mathematischen Experiments wird die Programmierung des numerischen Algorithmus und in der vierten Etappe die Berechnung in der elektronischen Rechenmaschine selbst realisiert. Die letzte, die fünfte Etappe eines mathematischen Experiments muß sehr verantwortungsbewußt durchgeführt werden: Sie ist nicht nur mit der Analyse und Interpretation der Resultate, die im Laufe der Untersuchung des mathematischen Modells erhalten wurden, verbunden, sondern auch mit der Prüfung der Adäquatheit des Modells an der Wirklichkeit. Für diese Prüfung werden in der Regel einige Folgerungen, die sich aus

[5] Vgl.: A. A. Samarskij, Vvedenie v čislenny. metody, Moskva 1982, S. 8 f.; A. A. Samarskij, Matematičeskoe modelirovania i vyčislitel’ nyj éksperiment. in: Vestnik Akademii nauk SSSR, Heft 5/1979, S. 39.

dem Modell ergeben und die eine empirische Interpretation zulassen, ausgewählt. Die Folgerungen werden mit Beobachtungsdaten und mit den Ergebnissen von Naturexperimenten verglichen. Sollte es sich erweisen, daß die Voraussagen des Modells stark von den Beobachtungsdaten und den Versuchsergebnissen abwichen, so bedeutet das, daß das ursprüngliche Modell der Präzisierung und Ergänzung bedarf, vielleicht sogar durch ein neues Modell ersetzt werden muß. Manchmal erweist sich das Modell jedoch als so kompliziert, daß es sich auch mit den existierenden elektronischen Rechenmaschinen nicht berechnen läßt. In solchen Fällen ist man genötigt, das Modell zu vereinfachen.

Das angegebene Schema stellt die Beschreibung des Modellierungsprozesses und der Lösung einer konkreten Aufgabe mit Hilfe elektronischer Rechenmaschinen für ein einziges mathematisches Modell dar. Faktisch hat man es dabei jedoch nicht mit einem, sondern mit einer ganzen Serie mathematischer Modelle zu tun, obwohl jedes Mal die angegebenen Etappen wiederholt werden. Gerade deshalb entsteht hier die Möglichkeit des Experimentierens mit Modellen und der Wahl des optimalen unter ihnen, welches am besten den realen Fakten entspricht.

[43] Im Prozeß der wissenschaftlichen Erkenntnis tritt das mathematische Experiment gewöhnlich im wechselseitigen Zusammenhang mit anderen Forschungsmethoden, z. B. mit der Beobachtung und dem Naturexperiment, auf. In einer Reihe von Fällen ist die Durchführung eines mathematischen Experiments nicht nur wünschenswert, sondern sogar notwendig. Beispielsweise ist für die Erforschung der thermonuklearen Synthese sowie für die Untersuchung des Einflusses einer Reihe von schädlichen Stoffen auf die Gesundheit der Menschen die Durchführung von Naturexperimenten entweder völlig ausgeschlossen oder auf ein Minimum reduziert. Hier bildet das mathematische Experiment ein effektives Mittel bei der Erforschung der entsprechenden Prozesse.

Es ist nicht überflüssig, daran zu erinnern, daß das mathematische Experiment im Prozeß der Lösung großer wissenschaftlich-technischer Probleme entstand, zu denen die Beherrschung der Atomenergie und die Erforschung des kosmischen Raumes gehört. Insofern in diesen Fällen unmittelbare Messungen und Naturexperimente nur schwer oder sogar gar nicht zu realisieren sind, begann man sich der mathematischen Beschreibung der zu untersuchenden Erscheinungen und der Berechnung der erhaltenen Modelle mit Hilfe von Computern zuzuwenden. Deshalb kann man sagen, daß das mathematische Experiment eine direkte Folge der gegenwärtigen wissenschaftlich-technischen Revolution ist, die in vielem die Erkenntnismethoden der modernen Wissenschaft, einschließlich der der Mathematik, qualitativ veränderte.

4. Die Rolle und der Platz des mathematischen Experiments in der modernen wissenschaftlichen Erkenntnis

Nach Gluschkow brachte die Entwicklung von Computern „eine prinzipiell neue Methode der wissenschaftlichen Erkenntnis hervor – das mathematische Experiment, das eine Zwischenstellung zwischen der klassischen deduktiven und der klassischen experimentellen Forschungsmethode einnimmt“[6]. Tatsächlich kann man, erstens, das mathematische Experiment nicht zu den rein deduktiven Forschungsmethoden rechnen, allein schon deshalb nicht, weil das ihm zugrunde liegende mathematische Modell nicht auf rein deduktivem Wege entwikkelt wird. Eher stellt es eine gewisse mathematische Hypothese dar, bei deren Aufstellung man sich von bestimmten in-[44]duktiven und empirischen Überlegungen leiten läßt. Im Laufe der Untersuchung wird diese Hypothese korrigiert, modifiziert und in Abhängigkeit von

[6] M. Gluschkow, Die Mathematisierung in der Wissenschaft und die Entscheidungstheorie, in: Sowjetwissenschaft/Gesellschaftswissenschaftliche Beiträge, Heft 8/1978, S. 861.

den erhaltenen Ergebnissen ergänzt. Zweitens stellt das mathematische Experiment kein Experiment im üblichen Sinne dar: Nicht mit den realen Objekten selbst wird experimentiert, sondern mit ihrem mathematischen Modell. Dem mathematischen Experiment liegen auch nicht nur induktive und heuristische Überlegungen zugrunde. Die Tatsache, daß für die Analyse des Modells und die Ableitung von Folgerungen aus ihm ziemlich entwickelte Methoden der Mathematik und der Rechentechnik verwendet werden, weist auf die bedeutende Rolle hin, die Deduktionen im mathematischen Experiment spielen. Die mit Hilfe eines mathematischen Experiments erhaltenen Folgerungen besitzen jedoch nur Wahrscheinlichkeitscharakter. Das schmälert aber keineswegs die Vorzüge dieser Methode, denn Zuverlässigkeit im strengen Sinne gibt es nur in der Logik und der reinen Mathematik.

Vom erkenntnistheoretischen Standpunkt ist das mathematische Experiment insbesondere deshalb von Interesse, weil es, erstens, den wechselseitigen Zusammenhang von Deduktion und Induktion, Logik und Intuition im realen wissenschaftlichen Forschungsprozeß demonstriert. Zweitens verweist es auf die Wechselwirkung von Gedankenexperiment und Naturexperiment und, drittens, auf die Veränderung des Charakters des modernen wissenschaftlichen Experiments und seiner Funktionen in der Erkenntnis. Lange Zeit wurde das Experiment nur als ein Mittel für die Überprüfung der Wahrheit dieser oder jener wissenschaftlichen Vermutungen, Ideen und Hypothesen angesehen. Natürlich spielt diese Funktion nach wie vor eine wesentliche Rolle. Jedoch hob bereits Galilei die Bedeutung des Experiments bei der Suche neuer wissenschaftlicher Ideen hervor und schätzte das Gedankenexperiment als heuristisches Untersuchungsverfahren hoch ein. Das mathematische Experiment setzt diese Galileische Tradition in der Methodologie der wissenschaftlichen Erkenntnis fort.

Wir können ein mathematisches Zeichenmodell unseren Wünschen gemäß verändern, z. B. dadurch, daß wir den Koeffizienten einer Gleichung, die zur Beschreibung eines bestimmten Prozesses dient, verschiedene Werte zuordnen, daß wir einige Glieder der [45] Gleichung weglassen oder neue hinzufügen, daß wir die Anfangs- und Randbedingungen verändern. Jetzt kann man sich davon überzeugen, welche Folgen derartige Veränderungen nach sich ziehen. Auf der Grundlage eines derartigen Experiments erhält man Informationen, die nicht weniger reichhaltig sind als jene im Ergebnis eines Naturexperiments.

Der Vorteil des mathematischen Experiments gegenüber dem Naturexperiment besteht erstens darin, daß es weniger kostenaufwendig ist. Zweitens wird das mathematische Experiment nicht mit den realen Systemen und Prozessen selbst durchgeführt, sondern mit ihren mathematischen Beschreibungen (Modellen). Ein und dieselbe mathematische Beschreibung kann man aber für das Studium sehr verschiedenartiger Prozesse benutzen. So werden z. B. solche ihrer physikalischen Natur nach verschiedenen Prozesse wie die Wärmeleitung, die Diffusion und die Magnetisierung durch ein und dieselbe mathematische Gleichung beschrieben. Das mathematische Experiment mit diesem Modell charakterisiert daher (in gewissem Maße) gleichermaßen sowohl Prozesse der Wärmeleitung als auch der Diffusion sowie der Magnetisierung. Drittens kann der Forscher bei der Durchführung eines mathematischen Experiments z. B. die Modellparameter ändern. Dadurch entstehen *relativ* verschiedene Modelle. Die auf der Grundlage dieser relativ verschiedenen Modelle gewonnenen Resultate können miteinander verglichen und so das optimale Modell ausgewählt werden.

Ungeachtet dieser Vorteile kann das mathematische Experiment natürlich das Naturexperiment nicht ersetzen, weil die aus dem mathematischen Experiment gezogenen Schlußfolgerungen letzten Endes wiederum mit den realen Beobachtungen und Messungen verglichen und so auf ihren Wahrheitsgehalt geprüft werden. Deshalb ist es verständlich, wenn das mathematische Experiment als effektive Ergänzung zum Naturexperiment angesehen wird. [47]

Siegfried Paul

Einige philosophische und methodologische Aspekte der angewandten Mathematik (unter besonderer Berücksichtigung der Adäquatheitsproblematik)

1. Einführung: „Reine“ und angewandte Mathematik – zwei verschiedene Normensysteme

Der Terminus „angewandte Mathematik“ wurde in den letzten beiden Jahrhunderten von Mathematikern, Physikern, Ingenieuren, Philosophen usw. in mindestens folgenden mehr oder weniger unterschiedlichen Bedeutungen verwendet:

a) im Sinne von Wissenschaften, in denen Mathematik angewendet wird, bzw. im Sinne von Anwendungsgebieten der Mathematik;

b) im Sinne mathematischer Theorien und Methoden, deren Entstehung (Entwicklung) unmittelbar der Lösung praktischer sowie natur-, technik- und gesellschaftswissenschaftlicher Probleme „geschuldet“ ist;

c) im Sinne von „reiner“ Mathematik plus ihren außermathematischen (mechanischen, physikalischen usw.) Interpretationen;

d) im Sinne von „reiner“ Mathematik plus Vor- und Nachspiel bzw. im Sinne von mathematischer Modellierung;

e) im Sinne des Teil, der („reinen“) Mathematik, der zur Beschreibung und Lösung natur-, technik- und gesellschaftswissenschaftlicher sowie praktischer Probleme bereits angewendet wird;

f) im Sinne ganz bestimmter mathematischer Disziplinen, Theorien und Methoden;

g) im Sinne eines „Systems“ bestimmter mathematischer Forderungen, methodisch-mathematischer Prinzipien, „Technologien“, Denk- und Arbeitsweisen.[1]

Darüber hinaus kann die angewandte Mathematik z. B. auch im Sinne einer *Theorie* der Anwendung der Mathematik zur Beschreibung und Lösung von Problemen anderer Wissenschaften und der gesellschaftlichen Praxis verstanden werden.

[48] Halmos weist darauf hin, daß manchmal die Theorie partieller Differentialgleichungen mit der angewandten Mathematik identifiziert wird.[2] Der Terminus „angewandte Mathematik“ wird in diesem Falle im Sinne einer ganz bestimmten mathematischen Theorie, die bereits angewendet wird, verwendet. Die Identifizierung der angewandten Mathematik mit bestimmten mathematischen Disziplinen, Theorien und Methoden – wie z. B. in der Vergangenheit mit der Darstellenden Geometrie, der Mathematischen Statistik und der Näherungsrechnung – ist durchaus nicht neu.[3] Diese Theorien, Methoden usw. verkörpern aber auch bestimmte Denk- und Arbeitsweisen, bestimmte methodologische „Haltungen“, die für das Verständnis der angewandten Mathematik im Sinne von Punkt g) charakteristisch sind. Das trifft auch für die in letzter Zeit immer sichtbarer werdende Tendenz zu, den Begriff der angewandten Mathematik an die Begriffe der elektronischen Datenverarbeitung und der elektronischen Rechenmaschinen als einem neuen Instrument zur effektiven Lösung bestimmter Aufgabenklassen zu koppeln. Die organische Einbeziehung elektronischer Datenverarbeitungsanlagen in angewandte mathematische Untersuchungen erfordert „tiefgreifende Verän-

---

[1] Vgl.: S. Paul/G. Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung. Philosophische und methodologische Probleme, Berlin !986, S. 136 ff.

[2] Vgl.: P. R. Halmos, Applied Mathematics Is Bad Mathemetics, in: Mathematics Tomorrow, New York/Heidelberg/Berlin (West) 1961, S. 19.

[3] Vgl.:S. Paul/G. Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung. Philosophische und methodologische Problem., a. a. O., S. 143.

derungen vieler Fertigkeiten, Methoden und Gesichtspunkte ... In der vormaschinellen Periode dominierte in der angewandten Mathematik die ‚analytische Sicht', Zahlenoperationen traten erst in der Schlußetappe einer Untersuchung auf ... Heute müssen die analytische und algorithmische (insbesondere die rechnerbezogene) Denkungsart in allen Stadien einer Untersuchung zusammenwirken ... Dabei sind viele gewohnte vormaschinelle Vorstellungen wesentlich zu verändern. Zum Beispiel ruft heute die Nichtlinearität, die früher stets als ein Zeichen der Kompliziertheit einer Aufgabe galt, für weite Aufgabenklassen keine besonderen Schwierigkeiten hervor; wesentlich schwieriger für die Maschinenrechnung ist die Vergrößerung der Anzahl unabhängiger Veränderlicher oder Parameter."[4] Die große Bedeutung, die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen heute und in der Zukunft bei der effektiven Lösung vieler angewandter mathematischer Aufgaben zukommt[5], darf aber nicht dazu führen, den Begriff der angewandten Mathematik inhaltlich auf die Anwendung elektronischer Datenverarbeitungsanlagen, also eines technischen „Hilfs"-[49]mittels im besten Sinne des Wortes, und bestimmter effektiver Methoden zu *reduzieren*. Das wäre meines Erachtens eine zu „enge" Bestimmung des Terminus „angewandte Mathematik".[6]

Dem Problem, welchen Inhalt dem Terminus „angewandte Mathematik" in verschiedenen Perioden der Wissenschafts- und insbesondere der Mathematikentwicklung schwerpunktmäßig gegeben wurde, sowie der Frage nach den „Verschiebungen" der inhaltlichen Bestimmung des Terminus „angewandte Mathematik" im Laufe der Geschichte soll hier nicht detailliert nachgegangen werden. Für die weiteren Ausführungen ist diesbezüglich lediglich von Interesse, daß im 20. Jahrhundert der Terminus „angewandte Mathematik" in immer stärkerem Maße im Sinne von Punkt g) verstanden wird. Als charakteristische methodisch-mathematische Prinzipien, mathematische Denk- und Arbeitsweisen sowie Forderungen der angewandten Mathematik werden in diesem Zusammenhang insbesondere die folgenden angesehen:

A) die numerische Darstellung von Lösungen als eine Grundorientierung der angewandten Mathematik;

B) der beschränkte Wert reiner Existenzbeweise in der angewandten Mathematik;

C) der Verzicht auf absolute Genauigkeit und die Abhängigkeit des notwendigen Genauigkeitsgrades der Voraussetzungen und der Resultate von den konkreten Zielen;

D) ein gegenüber der „reinen" Mathematik geringerer Strengegrad der Beweisführungen;

E) die Forderung nach Effektivität, d. h. nach einer möglichst günstigen Ziel-Mittel-Relation;

F) die „rechtzeitige" Ermittlung der Problemlösung.[7]

Im folgenden wird der Terminus „angewandte Mathematik" vor allem in dem soeben charakterisierten Sinne verwendet, wobei auf die Frage, ob alle diese Orientierungen, Forderungen, Prinzipien – insbesondere die Orientierung, die Lösungen numerisch darzustellen – in der

---

[4] I. I. Blechman/A. D. Myškis/Ja. G. Panovko, Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten, Berlin 1984, S. 261.

[5] Es genügt darauf hinzuweisen, daß die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen die Rechengeschwindigkeit für bekannte Aufgabenklassen um viele Größenordnungen erhöht haben sowie die Lösung neuer Aufgaben mit hinreichender Genauigkeit und in annehmbarer Zeit ermöglichen. (Vgl.: I. I. Blechman/A. D. Myškis/Ja. G. Panovko, Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten. a. a. O.. S. 252.)

[6] Im Grunde genommen vertreten Blechman, Myškis und Panovko die gleiche Position, wenn sie den Standpunkt, die angewandte Mathematik mit der numerischen Mathematik und der Rechentechnik zu identifizieren als zu „eng" ansehen, der eine einseitige Orientierung bewirkt. (Vgl.: I. I. Blechman/A. D. Myškis/Ja. G. Panovko, Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten, a. a. O., S. 49.)

[7] Vgl.: S. Paul/G. Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung. Philosophische und methodologische Probleme, a. a. O., S. 144 ff.

künftigen angewandten Mathematik die gleiche Rolle spielen werden wie in der gegenwärtigen, im Rahmen dieses Beitrages nicht näher eingegangen wird.

Beachtet werden muß, daß die methodologischen Prinzipien usw. der angewandten Mathematik, die sich von denen der „reinen“ Mathematik oft beträchtlich unterscheiden, wesentlich durch die [50] Forderungen der Praxis, der gesellschaftlichen Auftraggeber an die Lösung konkreter realer Probleme bedingt und geprägt sind. Im großen und ganzen hat Grekowa sicherlich recht, wenn sie mit Bezug auf die gegenwärtige Entwicklungsetappe der angewandten Mathematik, die Veränderung ihrer Verfahren und ihrer Methodologie schreibt: „Ein Mathematiker, der sich mit der Lösung angewandter Aufgaben beschäftigt, muß nolens volens seine Verfahren, seine methodologischen Prinzipien, seine Überlegungen und Schlußfolgerungen entsprechend verändern, andernfalls wird er keinen Erfolg haben. Besondere intensiv verlief dieser Prozeß der methodologischen Anpassung in den letzten Jahrzehnten.“[8]

In dieser Hinsicht verdient auch folgende Klassifizierung der Mathematiker in „reine“ und angewandte, die wir in einer Arbeit von Halmos finden und die davon ausgeht, daß Menschen sowohl erkennen als auch handeln wollen, Beachtung. Gemäß dieser Klassifizierung unterscheiden sich „reine“ und angewandte Mathematiker (oft) voneinander bezüglich

α) ihrer Motivation (motivation): Die Motivation des angewandten Mathematikers ist, die Welt zu verstehen und sie (vielleicht) zu verändern, die des „reinen“ Mathematikers oft nur Neugier, Wißbegierde (curiosity);

β) ihrer Haltung, Einstellung, ihrem Verhalten (attitude): Die erforderliche (auf jeden Fall aber die übliche, die gebräuchliche) Haltung des angewandten Mathematikers ist die, sich scharf auf das zu lösende Problem im engeren Sinns zu konzentrieren, während der Gesichtswinkel des „reinen“ Mathematikers, der sich z. B. fragt, ob es in der Nähe des betreffenden Problems eine interessantere und schwierigere Frage gibt, größer ist;

γ) der verwendeten Methode (technique): Der angewandte Mathematiker wählt und beurteilt die Methoden nach ihrer Effektivität, Wirksamkeit (effectiveness) (das *Ergebnis* ist von Bedeutung), der „reine“ Mathematiker läßt sich bei der Wahl der Methode wenigstens teilweise von ihrer Harmonie mit dem Kontext leiten;

δ) ihrer Befriedigung (satisfaction): Der angewandte Mathematiker ist befriedigt, wenn sein Ergebnis mit der Wirklichkeit übereinstimmt und für Voraussagen genutzt wer-[51]den kann, während der „reine“ Mathematiker befriedigt ist, wenn sein Ergebnis unerwartete Beziehungen zwischen Begriffen usw., die weit voneinander entfernt zu sein schienen, aufdeckt. Für den „reinen“ Mathematiker ist sein Gegenstand eine unerschöpfbare Quelle „künstlerischen“ (artistic) Vergnügens (der Reiz eines schwierigen Problems und die Genugtuung seiner Lösung, die Freude am Nachsinnen (contemplation)). „Reine“ und angewandte Mathematiker heben unterschiedliche Traditionen hinsichtlich Klarheit (clarity), Eleganz und (vielleicht) sogar logischer Strenge.

Halmos weist darauf hin, daß die soeben aufgezählten Merkmale nicht im Sinne einer Prüfliste zu verstehen sind, die in jedem Falle klar und eindeutig erlaubt, „reine“ und angewandte Mathematik voneinander zu unterscheiden.[9] Das ist vielleicht nur dann möglich, wenn in mathematischen Untersuchungen in bezug auf jedes dieser Merkmale eine *extreme* Position bezogen wird. Beachtet werden muß aber, daß zwischen den beiden extremen Positionen ein ganzes Spektrum von Möglichkeiten existiert.

[8] I. Grekowa, Methodologische Probleme der angewandten Mathematik, in: Sowjetwissenschaft/Gesellschaftswissenschaftliche Beiträge. Heft 4/1977, S. 402.
[9] Vgl.: P. R. Halmos, Applied Mathematics Is Bad Mathemetics, a. a. O., S. 13 f.

Die Ziele, die der angewandte Mathematiker zu realisieren hat, die Aufgaben, die er lösen muß, die Forderungen, die an ihn gestellt werden, unterscheiden sich von denen des „reinen“ Mathematikers teilweise beträchtlich. Es ist deshalb auch verständlich, wenn sich seine Denk- und Arbeitsweisen, sein Normensystem, seine Bewertungskriterien von denen des „reinen“ Mathematikers unterscheiden, unterscheiden *müssen*. Am Beispiel der Kooperation von („reiner“) Mathematik und Ökonomie weist Selten auf Schwierigkeiten hin, die sich bei der Mathematisierung einer Wissenschaft daraus ergeben (können), daß sie unterschiedliche, eventuell sogar konträre Normensysteme besitzen:

Normensysteme

(„reine“) Mathematik	Ökonomie
Tiefe	Wirklichkeitsnähe
Allgemeinheit	Anwendbarkeit
(Die Ergebnisse sollen möglichst allgemein sein.)	
Eleganz	Bedeutsamkeit
[52] (eine ästhetische Norm, nach der Ergebnisse der „reinen“ Mathematik beurteilt werden)	
Kürze	Fruchtbarkeit
(Diese Norm betrifft den Stil der mathematischen Darstellung; man möchte alles möglichst kurz darstellen.)	(Wert wird auf Ergebnisse gelegt, die Anlaß zu neuen Fragestellungen ökonomischer Art geben.)[10]

Einen Weg zur Überwindung derjenigen Schwierigkeiten bei der Mathematisierung der Ökonomie, die aus den unterschiedlichen Normensystemen von („reiner“) Mathematik und Ökonomie resultieren, sieht Selten darin, Mathematikstudenten mit dem Nebenfach Ökonomie möglichst früh mit dem Normensystem der Ökonomie bekannt zu machen. Die einzige Schwierigkeit, die der Mathematiker hat, wenn er sich der Ökonomie nähert, liegt – so Selten – vielleicht darin, „daß er die ihm vertrauten wissenschaftlichen Normen auf das Gebiet der Ökonomie überträgt und jetzt in der Ökonomie nach mathematisch interessanten Problemen sucht. Nun: das mathematisch Interessante ist nicht notwendig ökonomisch interessant und umgekehrt. Daher mag der Mathematiker, wenn er in die Ökonomie hineingeht, dann in die Gefahr kommen, ökonomisch relativ uninteressante Probleme mit einem riesigen mathematischen Aufwand zu behandeln, eben weil er an die Fragen der Ökonomie mit einem falschen, jedenfalls da nicht angemessenen Normensystem herangeht.[11] Das kann sich z. B. auf die soeben erwähnte Norm extremer Allgemeinheit, aber auch auf den enorm hohen Strengegrad der Untersuchung und Beweisführung sowie auf die Forderung nach absoluter Genauigkeit – Normen, von denen sich der „reine“ Mathematiker in seiner Tätigkeit leiten läßt – beziehen. Hier wird bereits die Notwendigkeit und Bedeutung des Normensystems der angewandten Mathematik im Sinne des oben kurz charakterisierten „Systems“ bestimmter mathematischer Forderungen, methodisch-mathematischer Prinzipien, Denk- und Arbeitsweisen für die Mathematisierung der Wissenschaften sichtbar, das – zumindest sehr oft – zwischen den Nor-

[10] Vgl. R. Selten, Wirtschaftswissenschaft und Mathematik, in: Mathematisierung der Einzelwissenschaften, Basel/Stuttgart 1976. S. 255-257.
[11] Ebenda, S. 257.

mensystemen der „reinen“ Mathematik und der zu mathematisierenden Wissenschaft vermittelt, eine Zwischenstellung zwischen beiden einnimmt.

[53] Untersuchungen zur angewandten Mathematik werden unter verschiedenen Gesichtspunkten auf unterschiedlichen Ebenen durchgeführt, z. B. auf der Ebene der Lösung ganz konkreter, mit speziellen mathematischen Anwendungen verbundener Probleme, der allgemein-methodologischen und der philosophischen Ebene. Im Zentrum der weiteren Ausführungen stehen einige Aspekte der angewandten Mathematik, insbesondere die Adäquatheitsproblematik und das dialektisch-widersprüchliche Verhältnis der Forderungen nach Effektivität und Adäquatheit in der angewandten Mathematik.

2. Die Spezifik der Adäquatheitsproblematik in der angewandten Mathematik

Auf Aspekte der Genauigkeits-, Adäquatheits- und Wahrheitsproblematik in der angewandten Mathematik – z. B. auf die Problematik der in Abhängigkeit von der Zielstellung notwendigen Genauigkeit der Voraussetzungen, des möglichen und in bezug auf die Realisierung der konkreten Ziele notwendigen Genauigkeitsgrades der Resultate und des Strengegrades in der angewandten Mathematik – bin ich bereits an anderer Stelle näher eingegangen.[12] Die dort geäußerten Gedanken sollen hier nicht im Detail wiederholt, sondern – insbesondere unter expliziter Bezugnahme auf eine Arbeit von Blechman, Myškis und Panovko[13] – ergänzt und in einigen Punkten weiterentwickelt werden.

Blechman, Myškis und Panovko gehen in ihren Untersuchungen von der Existenz einer Spezifik des angewandten mathematischen Denkens aus.[14] Zu dieser Spezifik gehören auch besondere Genauigkeits- und Adäquatheitsforderungen, die an angewandte mathematische Untersuchungen – an ihre Voraussetzungen, ihre Methoden und ihre Ergebnisse – gestellt werden und die sich z. T. beträchtlich von denen der „reinen“ Mathematik unterscheiden. Diese Problematik wird von den genannten Autoren unter verschiedenen Gesichtspunkten untersucht. Dabei machen sie von vornherein darauf aufmerksam, daß sie nicht in dem Sinne mißverstanden werden möchten, als würden sie die Ablösung des „Terrors der Deduktion“ durch die „Zügellosigkeit der Plausibilität“ fordern.[15] Was sie fordern, sei lediglich Flexibilität der Untersuchungsmethoden, ihre Adäquatheit gegenüber den zu [54] untersuchenden realen Objekten[16] und – fügen wir hinzu – gegenüber den jeweils zu realisierenden Zielen, also objekt- *und zielabhängige* Adäquatheit!

Im folgenden werden einige Punkte angeführt, auf die Blechman, Myškis und Panovko in ihrer Arbeit eingehen und die mit der Spezifik der Genauigkeits-, Adäquatheits- und Wahrheitsproblematik in der angewandten Mathematik direkt im Zusammenhang stehen.
1. Blechman, Myškis und Panovko weisen auf die Bedeutung und die Verbreitung des Nachweises der sogenannten *praktischen* Konvergenz unendlicher Prozesse in angewandten mathematischen Untersuchungen hin, d. h. auf die Tatsache, daß in der angewandten Mathematik anstelle eines exakten Beweises für die Konvergenz eines unendlichen Prozesses häufig nur eine endliche, oft sehr geringe Anzahl von Prozeßschritten vollzogen wird. „Wenn sich dabei eine deutliche Tendenz zur Konvergenz herausstellt und keine Anzeichen dafür vorhanden sind, daß weitere Schritte diese Tendenz unterbrechen können, so vollzieht man sie

[12] Vgl.:S. Paul/G. Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung. Philosophische und methodologische Problem., a. a. O.,S. 148 f.
[13] I. I. Blechman/A. D. Myškis/Ja. G. Panovko, Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten, Berlin 1984.
[14] Vgl. Ebenda. S. 17.
[15] Vgl. Ebenda.
[16] Vgl. Ebenda.

auch nicht und ersetzt auf diese Weise den unendlichen Prozeß durch eine endliche Anzahl von Schritten."[17] Der Nachweis der praktischen Konvergenz garantiert natürlich nicht mit *absoluter* Sicherheit die Konvergenz des betreffenden unendlichen Prozesses. Andererseits schenkt man bei Näherungslösungen oft dem Konvergenzbeweis des benutzten unendlichen Prozesses große Beachtung und erwähnt dabei überhaupt nicht, „daß aus der Existenz dieses Beweises strenggenommen durchaus nicht die Zulässigkeit des näherungsweisen Ersatzes dieses Prozesses durch eine endliche Approximation folgt. Tatsächlich sagt der Fakt der Konvergenz an sich noch nichts darüber aus, wie viele Schritte man machen muß, um die gewünschte Genauigkeit zu erzielen."[18] In der angewandten Mathematik ist bei der Untersuchung eines theoretisch unendlichen Lösungsprozesses einer Aufgabe nicht nur wichtig zu wissen, daß der Prozeß konvergiert, sondern auch mit welcher Geschwindigkeit er konvergiert.[19] Um sich von der hinreichenden Genauigkeit der verwendeten Näherung zu überzeugen, muß man eine explizite Abschätzung des Fehlers vornehmen, der sich aus dem Abbrechen des unendlichen Prozesses ergibt.[20] Für die angewandte Mathematik ist jedoch die Nutzung der Ergebnisse einer Näherungsrechnung auch bei Fehlen einer strengen konkreten Fehlerabschätzung [55] durchaus nicht unüblich.[21] Blechman, Myškis und Panovko machen auf die *schrittweise Präzisierung* der Lösung in vielen angewandten mathematischen Untersuchungen aufmerksam[22] und weisen darauf hin, daß die sehr wichtige Frage nach der *notwendigen* Genauigkeit der Rechnungen unter Berücksichtigung des realen Sinns der Aufgabe, der Erfordernisse, der Möglichkeiten der Messung, der numerischen Mittel usw. entschieden werden muß.[23]

2. Die Autoren weisen auf Rundungsfehler hin, die fast jeder Berechnung anhaften und die gewöhnlich nicht berücksichtigt werden. In diesem Zusammenhang machen sie darauf aufmerksam, daß es bei Rechnungen auf EDV-Anlagen wichtig sei, welche kleinste positive Zahl sich als Maschinen-Null darstellt, d. h. zu Null gerundet wird. Beachtet werden muß, daß gewöhnlich ein Iterationsprozeß abgebrochen wird, wenn die Differenz zwischen aufeinanderfolgenden Näherungen hinreichend klein geworden ist, und daß eine Summierung abgebrochen wird, wenn die Glieder einer Reihe die Maschinen-Null erreichen.[24] „Doch streng genommen besagt solche Situation noch nichts über die Annäherung an die genaue Lösung, weil man sich vorstellen kann, daß in den Grenzen der Maschinen-Null die Divergenz der nachfolgenden Näherungen beginnen kann und danach rasch größer wird."[25]

3. In der angewandten Mathematik werden bei der Schematisierung eines endlichen Systems oft z. B. Summen durch Integrale, Diskretes durch Stetiges, Endliches durch Unendliches beschrieben.[26] Es handelt sich hierbei („nur") um eine *relativ* adäquate, in der Regel jedoch brauchbare, d. h. den zu realisierenden Zielen genügende mathematische Beschreibung der realen Verhältnisse. In diesem Zusammenhang muß z. B. beachtet werden, daß ein „strenger" Grenzübergang (auf ε-Niveau) die realen Verhältnisse nur *näherungsweise* beschreiben kann „wegen der Quanten- und Molekulareigenschaften, welche bewirken, daß die Betrachtung kleiner physikalischer Größen ab einer bestimmten Grenze sinnlos ist. Im Zusammenhang damit führen die Physiker die physikalischen oder praktischen unendlich kleinen Größen für

[17] Ebenda, S. 26.
[18] Ebenda, S. 27.
[19] Vgl. Ebenda, S. 250 f.
[20] Vgl. Ebenda, S. 27.
[21] Vgl. Ebenda, S. 119.
[22] Vgl. Ebenda, S. 248 f.
[23] Vgl. Ebenda, S. 251.
[24] Vgl. Ebenda, S. 27.
[25] Ebenda.
[26] Vgl. Ebenda, S. 59.

die Untersuchung der physikalischen Differentialgesetze ein“[27]. Blechman, Myškis und Panovko erläutern diese Überlegungen am Beispiel der Bestimmung der Dichte eines inhomogenen Körpers in einem Punkt A:

$$\varsigma (A) = \lim_{(\Delta V) \to A} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

wobei (ΔV) ein kleines Gebiet ist, das den Punkt A enthält, ΔV das Volumen dieses Gebietes, Δm seine Masse: „Es ist klar, daß in Wirklichkeit (ΔV) nicht unbegrenzt verkleinert werden kann, seine Abmessungen müssen wesentlich größer sein als die Molekülabstände und zugleich wesentlich kleiner als jene charakteristischen Abmessungen, längs derer sich die Dichte merklich ändern kann.“[28] An diesen Beispielen werden Aspekte des Zusammenhangs zwischen der Endlichkeits-/Unendlichkeitsproblematik einerseits und der Adäquatheits- bzw. Wahrheitsproblematik andererseits sichtbar.

4. Blechman, Myškis und Panovko sprechen von der Herausbildung einer Routine beim Umgang mit (sehr) kleinen Größen in „angewandten Disziplinen“, von der Herausbildung einer Vorstellung darüber, wann kleine Größen höherer Ordnung vernachlässigt werden dürfen und wann nicht. So kann z. B. bei der Untersuchung der krummlinigen Bewegung eines Massenpunktes für die Konstruktion des Geschwindigkeitsvektors ein kleiner Trajektorienabschnitt durch eine kleine geradlinige Strecke ersetzt werden – unter Vernachlässigung der mit der Krümmung des Trajektorienabschnittes zusammenhängenden kleinen Größen höherer Ordnung.[29] An anderer Stelle schreiben die Autoren im Zusammenhang mit der Untersuchung der Frage nach der Bedeutung formal gebildeter extrem kleiner positiver Zahlen für die angewandte Mathematik: „Die ‚wahre‘ Kleinheit, die im Vergleich zu Eins noch eine Bedeutung hat ..., wird durch die vernünftig gewählte relative Genauigkeit der Größen bestimmt, d. h. letzten Endes durch den Stand der Meßtechnik ... Hierdurch wird jene Kleinheit definiert, deren Berücksichtigung in der endgültigen Lösung noch sinnvoll ist.“[30] Beachtet werden müssen aber auch hier die jeweils zu realisierenden konkreten Ziele: Von Interesse ist nicht nur, wie genau man heute bestimmte Größen messen *kann*, sondern insbesondere auch, welcher (mitunter nicht besondere hohe) Genauigkeitsgrad im konkreten Falle tatsächlich *benötigt* wird.

5. Die meisten realen Abhängigkeiten sind nichtlinear. Der Umstand, daß viele mathematische Untersuchungs- und Lösungs-[57]methoden besser und manchmal auch ausschließlich für lineare Aufgaben geeignet sind, drängt jedoch mitunter zur Anwendung linearer Modelle in Fällen, wo man annehmen oder gewiß sein darf, daß sich die reale Abhängigkeit wesentlich von einer linearen unterscheidet. In diesen Fällen hofft man z. B., den Fehler durch passende Wahl der Koeffizienten in der linearen Abhängigkeit befriedigend kompensieren zu können.[31] Das ist jedoch nicht immer möglich. Stets muß man konkret der Frage nachgehen, ob die betreffenden nichtlinearen Abhängigkeiten durch lineare ersetzt und hierbei entstehende „Fehler“ durch geeignete Maßnahmen kompensiert werden können, ob die durch die Linearisierung bewirkte Verminderung des Adäquatheitsgrades unter dem Gesichtspunkt der zu realisierenden konkreten Ziele noch vertretbar ist oder nicht.

6. Nach Blechman, Myškis und Panovko besitzt die Logik der angewandten Mathematik „einige spontan entstandene, aber charakteristische Züge – in den Methoden der Beweisführung,

---

[27] Ebenda, S. 60.
[28] Ebenda.
[29] Vgl. Ebenda, S. 59.
[30] Ebenda, S. 64.
[31] Vgl. Ebenda, S. 222.

bei der Auswahl der Wahrheitskriterien usw. Dabei erweisen sich Methoden und Kriterien, die in der theoretischen Mathematik bekannt sind, in Anwendungen als teilweise überflüssig, oder sie versagen einfach.“[32] Die angewandte Mathematik kann sich nicht auf das deduktive Schließen beschränken.[33] So beruht z. B. manche Beweisführung[34] in der angewandten Mathematik auf der Betrachtung von Sonderfällen, also auf dem Prinzip der Induktion. Die Autoren verweisen auf unterschiedliche Gründe für derartige Beweisführungen, z. B. darauf, daß die deduktive Beweisführung wegen ihrer Schwierigkeit „unzugänglich“ sein oder die Induktion gegenüber der streng deduktiven Beweisführung sich als wesentlich weniger aufwendig erweisen kann.[35]

Nach Blechman, Myškis und Panovko ist für die Periode des Dominierens der mengentheoretischen Richtung unter anderem eine Spaltung des Strengeniveaus bei der Behandlung angewandter mathematischer Aufgaben charakteristisch: Während Problemstellung und Interpretation der Lösung auf physikalischen Strengeniveau erfolgen, wird die mathematische Lösung demgegenüber exakt realisiert. Die Mathematiker bemühen sich, eine Lösung auf „Weierstraßschem“ Strengeniveau zu erhalten.[36] Die Autoren verweisen darauf, daß es in der „reinen“ Mathematik Begriffe wie „nicht [58] vollständig bewiesene Behauptung“ und „nicht völlig strenger Beweis“ nicht gibt; „alles nicht vollständig Bewiesene ist nicht bewiesen, alles nicht völlig Strenge ist nicht streng“.[37] Blechman, Myškis und Panovko verstehen die Strenge jeglichen Schließens als ein Mittel zur Vermeidung falscher Folgerungen.[38] Strenge des Schließens wird also angestrebt, um falsche, d. h. inadäquate Folgerungen zu vermeiden. Selbst innerhalb ein und derselben Periode können in verschiedenen Zweigen der Mathematik unterschiedliche Strengebegriffe entsprechend den Traditionen und Zielen dieser Zweige existieren. So besitzen z. B. heute die „reine“ und die angewandte Mathematik unterschiedliche Strengeniveaus.[39] Das Strengeniveau und die ganze Denkweise der „reinen“ Mathematik genügen jedoch der angewandten Mathematik bei weitem nicht in jedem Fall. So widerspricht z. B. die Art, wie die Untersuchung auf rein deduktivem Niveau geführt wird, oft dem Optimalitätsprinzip.[40] Deduktive Strenge wird also in der angewandten Mathematik oft gar nicht angestrebt. Der angewandte Mathematiker hat nicht nur das Recht, „sondern er ist sogar *verpflichtet*, das Strengeniveau und die Denkweise adäquat den zu lösenden Aufgaben und dem Optimalitätsprinzip zu wählen“[41].

7. Blechman, Myškis und Panovko weisen darauf hin, daß das mathematische Modell eines realen Objektes nur die in bestimmtem Sinne *wesentlichen* Seiten des betreffenden Objektes beschreibt und die Genauigkeit der Lösung dem Problem[42], der Genauigkeitsgrad einer Rechnung dem Genauigkeitsgrad der Ausgangsdaten entsprechen muß[43]. In diesem Zusammenhang ist auch von Interesse, daß über ein und dasselbe Objekt verschiedene nichtäquivalente Modelle entwickelt werden können. Die Wahl des Modells hängt unter anderem davon ab, welche Seiten des Objektes untersucht werden sollen, also von der Untersuchungs*richtung*. Sie hängt aber auch davon ab, mit welchem Genauigkeitsgrad diese Seiten des Objektes

[32] Ebenda, S. 98.
[33] Vgl. Ebenda.
[34] In der „reinen“ Mathematik würde man eine solche Beweisführung nicht akzeptieren.
[35] Vgl. Ebenda, S. 116 f.
[36] Vgl. Ebenda, S. 37-39.
[37] Vgl. Ebenda. S. 28.
[38] Vgl. Ebenda, S. 81.
[39] Vgl. Ebenda, S. 82.
[40] Vgl. Ebenda, S. 84.
[41] Ebenda.
[42] Vgl. Ebenda, S. 50.
[43] Vgl. Ebenda, S. 209.

beschrieben werden müssen, um die über die mathematische Modellierung zu realisierenden Ziele tatsächlich realisieren zu können. Die Adäquatheits- und Wahrheitsproblematik konkreter mathematischer Modellierungsprozesse kann also nur unter Berücksichtigung der jeweiligen konkreten Modellierungsziele sinnvoll behandelt werden.[44]

In direktem Zusammenhang mit der Adäquatheitsproblematik in [59] der „reinen" und angewandten Mathematik steht die Gliederung der Mathematik in Präzisions- und Approximationsmathematik.[45] Beide stehen im Verhältnis von absoluter und beschränkter Genauigkeit.[46] So rechnet man z. B. nach F. Klein in der Präzisionsmathematik mit den reellen Zahlen selbst, in der Approximationsmathematik hingegen mit Näherungswerten. Bei der Approximationsmathematik handelt es sich um „die präzise Mathematik der approximativen Beziehungen"; sie ist derjenige Teil der Mathematik, „den man in den Anwendungen tatsächlich gebraucht", während die Präzisionsmathematik sozusagen „das feste Gerüst" ist, „an dem sich die Approximationsmathematik emporrankt".[47] – Nach meiner Auffassung ist es kein Zufall, daß gerade um die Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert in Deutschland der Gedanke entwickelt wird, die Mathematik in Approximations- und Präzisionsmathematik zu differenzieren, also zu einem Zeitpunkt, als auch bei deutschen Mathematikern wieder eine verstärkte Hinwendung zu den Anwendungen der Mathematik erkennbar ist. Die Diskussionen um die inhaltliche Bestimmung des Terminus „Approximationsmathematik" zu diesem Zeitpunkt verstehe ich als einen Ausdruck für die bereits weiter oben kurz charakterisierte Tendenz, im 20. Jahrhundert die angewandte Mathematik in immer stärkerem Maße im Sinne eines „Systems" bestimmter methodisch-mathematischer Prinzipien, spezifischer Denk- und Arbeitsweisen zu begreifen.

3. Stehen die Forderungen nach Adäquatheit und Effektivität in der angewandten Mathematik in einem dialektisch-widersprüchlichen Verhältnis?

Nach Blechman, Myškis und Panovko gehört zur Spezifik der mathematischen Lösung angewandter Aufgeben auch die Forderung, das entsprechende Problem nicht nur richtig, sondern auch *rechtzeitig* und *ökonomisch in bezug auf den Lösungsaufwand* zu lösen.[48] Sie verweisen u. a. auf das für die angewandte Mathematik wichtige Problem der „produktiven Gestalt" von Formeln: „Eine für die unmittelbare Anwendung bestimmte Formel muß die interessierende Größe durch andere Größen bestimmen, deren Messung oder Berechnung auf jeden Fall nicht komplizierter sein darf (d. h. effektiver sein muß – S. P.) als die Messung oder Berechnung der interessierenden Größe selbst ... Die Erhöhung der Effektivität [60] von Formeln ... erfordert klare Vorstellungen über den Meßaufwand und die Berechnung ihrer Komponenten.[49]

Bereits aus diesen Bemerkungen ist ersichtlich, welchen Stellenwert Effektivität, Produktivität, Praktikabilität, „Handhabbarkeit" der in der angewandten Mathematik verwendeten Me-

[44] Die Adäquatheits- und Wahrheitsproblematik wird in diesem Beitrag in bezug auf die *angewandte Mathematik* im oben charakterisierten Sinne behandelt und nicht bzw. nur am Rande unter dem Gesichtspunkt der Widerspiegelung des Originals im mathematischen Modell. Bezüglich der zuletzt genannten Problematik vgl. z. B.: Ebenda, S. 151-228; S. Paul, Mathematische Modellierung als problemadäquate Widerspiegelung, in: Deutsche Zeitschrift für Philosophie, Heft 5/1979; Z. Paul (S. Paul), Dialektika soderžatel'nogo i formal'nogo v processach matematičeskogo modelirovanija, in: Dialektika –Poznanie – Nauka, Mockva 1988.

[45] Vgl. hierzu: S. Paul/G. Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung. Philosophische und methodologische Probleme, a. a. O., S. 141 f.

[46] Vgl. F. Klein, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus, Dritter Band, Präzisions- und Approximationsmathematik, Berlin (West) 1968, S. 5.

[47] Vgl. Ebenda.

[48] Vgl. I. I. Blechman/A. D. Myškis/Ja. G. Panovko, Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten, a. a. O., S. 50.

[49] Ebenda, S. 115.

thoden besitzen. Mitunter müssen Methoden der „reinen“ Mathematik auf der Grundlage dieser Kriterien für die angewandte Mathematik „brauchbar“ gemacht werden.

Nach meiner Auffassung stehen die Forderungen nach rechtzeitiger und möglichst kostengeringer Ermittlung der Problemlösung einerseits und – in Abhängigkeit von den konkret zu realisierenden Zielen – hinreichender Genauigkeit der Resultate andererseits oft in einem dialektisch-widersprüchlichen Verhältnis. In der Regel bildet ein „vernünftiger“ Kompromiß die Lösung dieses Widerspruchs. Auf diese Problematik gehen Blechman, Myškis und Panovko in ihrem Buch an mehreren Stellen näher ein. So verweisen sie z. B. im Zusammenhang mit der Verwendung sogenannter rationaler Schlüsse in angewandten mathematischen Untersuchungen auf die verschiedene Effektivität der zur Verfügung stehenden numerischen Mittel, auf die Untersuchung der Frage, wie zweckmäßig die Erhöhung der Rechengenauigkeit ist und „wie man praktische Sicherheit mit geringstem Aufwand erreichen kann“.[50] Oft erweisen sich die rein deduktiven Einfügungen als verhältnismäßig arbeitsaufwendig ... Wenn man daher eine ebensolche oder sogar größere Erhöhung des Sicherheitsgrades mit Hilfe eines weniger arbeitsaufwendigen rationalen Schlusses erreichen kann, dann steht die Anwendung der deduktiven Einfügung im Widerspruch zu den Forderungen der Optimalität“[51]. In angewandten mathematischen Untersuchungen muß man sich stets fragen, ob die Erhöhung des Adäquatheitsgrades der Lösung notwendig ist, und wenn ja, ob sie in einer „gesunden“ Relation zu dem hierfür benötigten Aufwand steht.

In einem dialektisch-widersprüchlichen Verhältnis stehen in der Regel auch die Forderungen nach Adäquatheit mathematischer Modelle einerseits und ihrer Einfachheit, ihrer praktischen „Handhabbarkeit“, ihrer „Beherrschung“ andererseits: „Bei Orientierung auf die Forderung nach Adäquatheit allein wären die komplizierten Modelle den einfachen vorzuziehen. In der Tat kann [61] durch Verwendung eines komplizierten Modells eine größere Zahl von Einflußfaktoren berücksichtigt werden ... Je adäquater ‚im Mittel‘ ein Modell ist, desto weniger einfach ist es, d. h. desto schwieriger ist seine Analyse, und umgekehrt – je einfacher es ist, desto weniger adäquat ist es. Natürlich ist das nur eine allgemeine Tendenz“[52]. Die Forderungen der Adäquatheit und der Einfachheit widersprechen in der Regel einander.[53] Die Adäquatheit bezieht sich hier auf das Modell und die Modellierungsresultate, die Einfachheit bzw. Kompliziertheit des Modells steht in unmittelbarer Beziehung zur Effektivität der Untersuchung, der Arbeit mit dem Modell.

4. Abschließende Bemerkungen: Zum Zusammenhang von „reiner“ und angewandter Mathematik

4.1. „Reine“ und angewandte Mathematik stehen nicht im Verhältnis von „guter“ und „schlechter“ Mathematik

Nach Medawar geht „unsere Ehrfurcht vor der ‚reinen‘ Wissenschaft (im modernen Sinne)“ auf die erste Hälfte des 19. Jahrhunderts zurück. Dabei versteht er unter „reiner Wissenschaft“ das, „was ohne jede Rücksicht auf ein mögliches Anwendungsinteresse betrieben wird“.[54] Die Gleichung „anwendungsfrei = gut“ bezeichnet Medawar als „verhängnisvoll“.[55]

[50] Vgl. Ebenda, S. 137.
[51] Ebenda.
[52] Ebenda, S. 160 f.
[53] Vgl. Ebenda, S. 162.
[54] Vgl. P. B. Medawar, Die Kunst des Lösbaren, Göttingen 1972, S. 10 f.
[55] Vgl.: Ebenda, S. 11.

Die angewandte Mathematik und die auf Anwendungen in anderen Wissenschaften gerichtete Tätigkeit von Mathematikern werden mitunter als „schlechte“ Mathematik qualifiziert bzw. als eine für den „echten“ Mathematiker unwürdige. Tätigkeit. So bezeichnete z. B. Edmund Landau alles, was mit mathematischen Anwendungen zu tun hat, herablassend als „Schmieröl“.[56] In der Literatur wird an Kummer erinnert, der einmal gesagt haben soll, es müsse eigentlich nicht „reine und angewandte Mathematik“, sondern „reine und schmutzige Mathematik“ heißen.[57] Diese Bemerkung Kummers wird „vielfach so aufgefaßt, als ob man die Mathematik erniedrige, wenn man sie praktisch anwende“.[58]

Die soeben geschilderten Auffassungen teile ich ganz und gar nicht. Ich schließe mich vielmehr dem Standpunkt von Lucas an, daß jeder, der nicht zwischen angewandter und schlechter Mathematik unterscheiden kann, nicht länger ernst genommen werden sollte.[59] So folgt z. B. aus der Spezifik der Adäquatheitsfor-[62]derungen in der angewandten Mathematik, insbesondere aus der Tatsache, daß in angewandten mathematischen Untersuchungen in der Regel nicht absolut genaue Lösungen gefordert werden, sondern der geforderte Adäquatheitsgrad der Lösung von den jeweiligen Untersuchungszielen abhängt und die Erhöhung des Adäquatheitsgrades der Lösung in angewandten mathematischen Untersuchungen stets auch unter dem Aspekt des Aufwand-Nutzen-Verhältnisses gesehen wird, keineswegs, daß die angewandte Mathematik schlechte Mathematik sei. Die Normensysteme von „reiner“ und angewandter Mathematik sind nicht identisch. Sie weisen zwar Gemeinsamkeiten auf – und diese Gemeinsamkeiten bilden eine Grundlage für den inneren Zusammenhang von „reiner“ und angewandter Mathematik –, aber sie unterscheiden sich, wie wir gesehen haben, auch in einigen Punkten wesentlich voneinander. An die „reine“ und die angewandte Mathematik werden eben z. T. gleiche, z. T. verschiedene Forderungen gestellt. Ich schließe mich dem Standpunkt von Halmos an: Angewandte Mathematik ist *nicht* schlechte Mathematik, aber angewandte Mathematik unterscheidet sich von der „reinen“ Mathematik.[60]

4.2. Bemerkungen zur Bedeutung der „reinen“ Mathematik für die angewandte Mathematik

Die angewandten Mathematiker wenden *alle* mathematischen Ergebnisse an, die zur Erreichung der Zielstellung nützlich sind.[61] Blechman, Myškis und Panovko weisen darauf hin, daß es viele mathematische Begriffe, Aussagen usw. gibt, „die in der reinen und angewandten Mathematik gleich oder fast gleich verwendet werden und die daher mehr oder weniger direkt aus der reinen in die angewandte Mathematik übernommen werden können, wenn sie für letztere von Interesse sind“[62]. Dazu gehören z. B. die verschiedenartigen identischen Transformationen, die Formeln des Differenzierens und die Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen.[63] Darüber hinaus bilden die Ergebnisse der „reinen“ Mathematik eine wesentliche *theoretische Grundlage* für die angewandte Mathematik, insbesondere für ihr methodisches Arsenal.

---

[56] Vgl. C. Reid, Richard Courant, Berlin (West)/Heidelberg/New York 1979, S. 32 f.
[57] Vgl. H. E. Timerding, Vorwort des Herausgebers, in: H. v. Sanden, Praktische Analysis, Leipzig/Berlin 1914, S. VIII.
[58] Vgl. P. Zühlke, Angewandte Mathematik und Schule, in: Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen, 45. Jahrgang. 1914, S. 487.
[59] Vgl. W.. F. Lucas, Growth and New Intuitions; Can We Meet the Challenge?, in: Mathematics Tomorrow, New York/Heidelberg/Berlin (West) 1981, S. 56.
[60] Vgl. P. R. Halmos, Applied Mathematice Is Bad Mathematics, a. a. O., S. 9.
[61] Vgl. W. W. Nowoshilow, Die angewandten Mathematiker – wer sind sie?, in: I. I. Blechman/A. O. Myškis/Ja. G. Panovko, Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten, a. a. O., S. 323.
[62] I. I. Blechman/A. D. Myškis/Ja. G. Panovko, Angewandte Mathematik. Gegenstand, Logik, Besonderheiten, a. a. O., S. 54.
[63] Vgl. Ebenda.

Prager bestimmt die angewandte Mathematik als Brücke, die die „reine" Mathematik mit anderen Wissenschaften und der Technik verbindet. Diese Brücke als Verbindungsinstrument zweier Tätig-[63]keitsgebiete gewährleistet den Verkehr in beiden Richtungen. Mit dem „reinen" Mathematiker verbindet den angewandten Mathematiker das Interesse an der Entwicklung der Mathematik und mit dem Wissenschaftler anderer Gebiete das Bestreben, die Mathematik zu benutzen, um die natürliche oder durch den Menschen geschaffene Umwelt besser zu verstehen und zu beherrschen. Als Mittler zwischen „reinem" Mathematiker und dem Wissenschaftler eines anderen Gebietes sollte der angewandte Mathematiker sowohl Verständnis für die Strengeanforderungen des „reinen" Mathematikers als auch für die heuristischen Überlegungen des Wissenschaftlers des betreffenden Anwendungsgebietes aufbringen.[64] Um aber eine Brücke schlagen zu können zwischen der „reinen" Mathematik, ihren Methoden und Ergebnissen einerseits und den Anwendungen der Mathematik in Natur-, Gesellschafts-, Technikwissenschaften andererseits, ist es oft erforderlich, die Methoden und Ergebnisse der „reinen" Mathematik für mögliche Anwendungen fruchtbar, d. h. praktikabel zu machen, sie methodisch unter dem Anwendungsaspekt aufzubereiten, sie an die Normensysteme der betreffenden Anwendungsgebiete mehr oder weniger „anzupassen". Das alles bedeutet oft Weiterentwicklung von Methoden der „reinen" Mathematik für die Bedürfnisse ihrer Anwendung in anderen Wissenschaften. [67]

[64] Vgl. W. Prager, Introductory Remarks, in: Quarterly of Applied Mathematics, Heft 1/1972, S. 2 f.

Heinz Liebscher
Mathematisierung und Wissenschaftssprache

In der neueren Diskussion um Fragen der Mathematisierung in gesellschaftswissenschaftlichen Disziplinen spielen neben oder in Verbindung mit Überlegungen zu Modellierung, zu Begriffs- und Theoriebildung in zunehmendem Maße auch solche zum Thema „Mathematik als Sprache“ eine Rolle. Überhaupt gewinnt das übergreifende Thema Wissenschaftssprache an Bedeutung. Diese Entwicklung ist zu begrüßen, auch weil Sprachen nicht nur kommunikative, sondern ebenso kognitive Funktionen erfüllen. In ihrer kognitiven Funktion ist Sprache – unabhängig davon, ob hierüber nachgedacht wird – ein Werkzeug unseres Denkens. Und so, wie es uns selbstverständlich erscheint, Werkzeuge, die wir mit den Händen gebrauchen, ständig zu vervollkommnen, sollte es allenthalben gebräuchlich werden, die sprachlichen Werkzeuge unseres Denkens zu verfeinern.

Damit ist keiner Verselbständigung sprachanalytischer Betrachtungen das Wort geredet, wie sie in bürgerlicher Wissenschaftstheorie und -philosophie anzutreffen ist, sondern darauf verwiesen, daß eine Verschärfung der Widerspiegelung von Realität im Bewußtsein nicht allein durch die fortgesetzte Untersuchung des *Gegenstandes* erzielt werden kann, auf den unser Denken gerichtet ist, sondern auch durch eine Analyse der *Wider*spiegelungs*mittel*. Zwar geht es dabei nicht ausschließlich um Sprache, speziell Wissenschaftssprache, sondern um die Dialektik von Begriffsbildung, Sprachkonstruktion, Modell- und Theorieentwicklung[1], aber das Sprachproblem spielt dabei eine wesentliche (und manchmal leider noch vernachlässigte) Rolle. Heutige Trends in der Wissenschaftsentwicklung, wie sie mit „Computerisierung“ oder Verbreitung moderner Informationstechnologien umschrieben werden, unterstreichen dies noch, weil auch damit vielfältige Fragen der Entwicklung problemangepaßter Sprachen (Computersprachen und ihre Hierarchien) sowie deren Beziehungen zu spezifischen Wissenschaftssprachen und zur Allgemeinsprache verbunden sind.

Obwohl das Verständnis von Mathematik als Sprache erst heute [68] einen derart hohen Stellenwert hat, sei zunächst daran erinnert, daß diese Vorstellung nicht so neu ist, wie das manchmal angenommen zu werden scheint. Dabei ist hier ausschließlich an jene Ideen gedacht, die den Aufbau von Sprache und Wissenschaft in einen unmittelbaren Zusammenhang bringen und die heute eng mit der Vorstellung vom Werkzeugcharakter von Sprachen – etwa solchen der Mathematik und Logik – oder von der Problemangepaßtheit einer Sprache verbunden sind. So wußte É. B. de Condillac bereits Ende des 18. Jahrhunderts, daß eine spezielle Wissenschaft und ihre Sprache untrennbar miteinander verbunden sind: „Eine Wissenschaft aufbauen heißt also nichts anderes als eine Sprache schaffen, und eine Wissenschaft studieren heißt nichts anderes als eine gut gebildete Sprache erlernen.“[2] Klar wird von ihm auf mehrfache Weise der modern anmutende Gedanke ausgedrückt, daß die Sprache nicht ein bloßes Mittel der Darstellung ist, das mehr oder weniger geschickt verwendet werden, wirksam oder nicht wirksam sein kann, sondern daß die gewählte Sprache das Denken erschwert, erleichtert oder überhaupt erst ermöglicht, daß die Sprache also – um es in heute üblicher Weise auszudrücken – neben ihren *kommunikativen* auch wesentliche *kognitive* Funktionen erfüllt.

Da es in diesen Überlegungen nicht um eine wissenschaftshistorische Bewertung der Auffassungen Condillacs geht, mag es unerheblich sein, ob seine Ansichten eine gewisse Überbewertung und Einseitigkeit einschließen, legt er doch großen Wert auf die Vorstellung, daß

---

[1] Vgl. Liebscher, H. : Wissenschaftliche Modellbegriffe. In: Hörz, H./Omel’janovskij, M. É.: Experiment – Modell – Theorie. Berlin 1982, S. 167-179, insbes. S. 175 ff.

[2] Condillac, É. B. de: Die Logik oder Die Anfänge der Kunst des Denkens. Die Sprache des Rechnens. Hrsg. v. G. Klaus. Berlin 1959, S. 243 f.

etwa die Algebra nicht nur „eine Art von Sprache“ sei, sondern „eine Sprache ist“ (und nichts andere sein könne).[3] Immerhin läßt sich daraus aber erkennen, daß es wichtig ist, die in solchen Zusammenhängen zugrundeliegende Vorstellung von *Sprache* ins Bewußtsein zu heben. Dasselbe gilt für eine ganz ähnliche Ansicht von N. Bohr aus der Mitte unseres Jahrhunderts: „Die Mathematik kann daher nicht als ein besonderer, auf der Sammlung von Erfahrungen ruhender Zweig der Wissenschaften betrachtet werden; sie ist vielmehr als eine Verfeinerung der Umgangssprache aufzufassen, die sie mit geeigneten Hilfsmitteln zur Darstellung von Zusammenhängen bereichert, die nur ungenau oder beschwerlich mit Hilfe des gewöhnlichen Wortgebrauches wiedergegeben werden könnten.“[4] Hier ist ein weite-[69]rer wichtiger Aspekt ins Spiel gebracht, nämlich das Verhältnis von Mathematik als Sprache (oder auch von Wissenschaftssprache allgemein) und Umgangs- bzw. Allgemeinspreche.

Es ist naheliegend, den Tatbestand und den Begriff der Sprache in einem allgemeinen Sinne zum Ausgangspunkt der Überlegungen zu wählen. „Sprache“ ist dabei zunächst als natürliche Sprache zu verstehen oder – um die damit implizierte Gegenübersetzung zu künstlichen Sprachen hier zu vermeiden – als Allgemein- oder *Gemeinsprache*. Es ist dies jene Spreche, die jeder Mensch in einer konkreten Gestalt als deutsche, russische oder englische Sprache usw. gelernt hat und in der er sich nicht nur mit anderen *verständigt*, sondern in derer auch *denkt* – was immer man darunter im einzelnen verstehen mag. Da nun auch Wissenschaftler, gleichgültig welchen Fachgebiets und welcher Nation, im ganzen eine solche Sprache (unter Umständen allenfalls mehrere) beherrschen und benutzen und folglich jede wissenschaftliche Arbeit im ganzen in einer solchen Sprache abgefaßt ist, kann Wissenschaftssprache – wenn es eine solche sinnvoll gibt – nur innerhalb einer derartigen Gemeinsprache existieren oder muß sie zumindest in irgendeinem Sinne zu einer solchen Gemeinspreche in Beziehung stehen. Selbst da, wo in der Literatur nicht ausdrücklich erklärt wird, was Wissenschaftssprache sein soll und der Begriff der Wissenschaftssprache stillschweigend vorausgesetzt und benutzt wird, dürfte zumindest diese Vorstellung – und sei es intuitiv – den jeweiligen Betrachtungen zugrunde liegen.

Für eine präzisere Bestimmung von Wissenschaftssprache können solche vagen Vorstellungen freilich nicht ausreichen. Wissenschaftssprache in diesem Sinne hätte lediglich die Bedeutung einer metaphorischen Redeweise. Eine Wissenschaftssprache könnte „so etwas Ähnliches“ wie eine Sprache im Sinne der Sprachwissenschaften sein, es könnten gewisse Analogien bis Übereinstimmungen bestehen oder dergleichen. Um hier voranzukommen, scheint es daher wichtig, die wesentlichen Bestimmungen der Gemeinsprache genauer zu untersuchen, um abschätzen zu können, in welcher Weise sie zu einem sinnvollen Begriff der Wissenschaftssprache in Beziehung stehen.

Zu den wesentlichen Bestimmungen einer Gemeinsprache gehören [70] bekanntlich *Lexik* und *Grammatik*, der Wortschatz oder Wortbestand der Sprache und ein System von Regeln, die die Elemente der Lexik (im einfachsten Falle einzelne Wörter) zu sinnvollen Ausdrücken, zu wohlgeformten Sätzen zusammenzufügen gestatten.[5] Will man nun entsprechend dieser Vorstellung von Sprache in sinnvoller Weise von einer *Wissenschafts*sprache reden, müssen sich beide wesentlichen, notwendigen Bestandteile einer Sprache in irgendeiner Weise vorfinden.

---

[3] Vgl. ebenda, S. 103.

[4] Bohr, N.: Die Einheit menschlicher Erkenntnis (Vortrag v. 1960, Erstveröffentlichung 1961). Zitiert nach Bohr, N.: Atomphysik und menschliche Erkenntnis II. Aufsätze und Vorträge aus den Jahren 1958-1962. Braunschweig 1966, S. 9.

[5] Auf weitere Spezifikationen der Lexik und der Grammatik, wie sie in den Sprachwissenschaften vorgenommen werden, soll hier verzichtet werden.

Verhältnismäßig einfach ist es, die wissenschaftssprachliche Entsprechung zur *Lexik* anzugeben: Dabei handelt es sich um die Terminologie des jeweiligen Wissenschaftsgebietes, wobei jetzt beiseite gestellt werden kann, daß über das, was Terminologie ist und über den Terminusbegriff unterschiedliche Ansichten bestehen. Stattdessen sei lediglich konstatiert, daß hier unter den eine Terminologie bildenden Termini einzelne Wörter (oder auch mehrgliedrige Lexeme) verstanden werden, die in einem Fach- oder Wissenschaftsgebiet als systemgebundene Zeichen mit festgelegter Bedeutung benutzt werden.[6]

Schwieriger zu behandeln ist die Frage nach dem wissenschaftssprachlichen Pendant zur *Grammatik* der Gemeinsprache. Auch in diesem Punkte gehen übrigens die Ansichten bei den Sprachwissenschaftlern stark auseinander. Obwohl es jetzt um die eventuelle „Grammatik einer Wissenschaftssprache“ geht, müssen Grammatik- und Lexik im Zusammenhang betrachtet werden, weil sie in der Tat eng miteinander verbunden sind. Zunächst sei daher festgestellt, daß keine Wissenschaftssprache ausschließlich mit der sie kennzeichnenden und für sie wesentlichen Fachterminologie auskommt. Dies scheint bemerkenswert, weil manchmal – etwa bei gewissen Einteilungen in Sprachebenen und bei Urteilen über die Abstände verschiedener Typen von Wissenschaftssprachen von den Allgemeinsprachen – der Eindruck entstehen kann, als erfolge eine zunehmende Verdrängung des Wortschatzes und der Grammatik der Allgemeinsprachen. So dürfte es auch nicht zutreffen, daß z. B. die Kalkülsprachen der Mathematik und Logik gänzlich unabhängig von den natürlichen Allgemeinsprachen benutzbar sind. Es genügt in diesem Zusammenhang auch keineswegs herauszustellen, daß jede künstliche Sprache, jeder Kalkül, direkt oder indirekt (etwa über andere Sprechebenen vermittelt) mit [71] Hilfe der Allgemeinsprache eingeführt werden muß. Dies trifft sicher zu. Aber es handelt sich auch darum, daß die künstlichen Sprachen stets innerhalb einer Allgemeinsprache benutzt werden. Richtig hingegen ist, daß die innerhalb der Wissenschaftssprachen entwickelten Kalküle in Abhängigkeit von der „Organisationshöhe“ einer Wissenschaftssprache zunehmend an Dominanz gewinnen und mehr und mehr das Wesen der betreffenden Wissenschaftssprache ausmachen.

Wie verhält es sich nun aber mit einem eventuellen eigenständigen Bau der Grammatiken von Wissenschaftssprachen? Mir scheint, daß diese Frage nur sinnvoll analysiert werden kann, wenn man sich mit der zugrundegelegten Vorstellung von Grammatik beschäftigt. Geht man etwa stillschweigend davon aus, daß „Grammatik“ stets „Grammatik einer Allgemeinsprache“ und nur dieses bedeutet, verliert die gestellte Frage ihren Sinn: Wissenschaftssprachen können dann evidenterweise keine eigenständige Grammatik besitzen. Auf den ersten Blick scheint diese Vorstellung sogar den tatsächlichen Verhältnissen recht gut zu entsprechen. So bedienen sich mathematische Texte neben den eigentlichen mathematischen Fachbegriffen und mathematischen Ausdrücken ja nicht nur einer Vielzahl von Ausdrücken der Allgemeinsprache, sondern – von gewissen stilistischen Besonderheiten abgesehen – im vollen Umfange auch der Grammatik der Gemeinsprache. Andernfalls könnten wir solche Texte überhaupt nicht verstehen. Wie aber verhält es sich mit den eigentlich wesentlichen Bestandteilen mathematischer Texte, mit den mathematischen Ausdrücken, Formeln, Gleichungen? Versteht man sie lediglich als eine Aneinanderfügung von Symbolen – und manche Sprachwissenschaftler tun dies –, ordnen sich Formeln als Formelzeichen einfach in die Fachterminologie ein und die Frage ist damit erledigt. Der Mathematiker aber wird sofort einwenden müssen, daß sich das Wesen seiner Formeln usw. keineswegs darin erschöpft, daß die einzelnen Symbole gewisse abstrakte Objekte vertreten, sondern daß mit der Anordnung der Zeichen sowie mit besonderen Symbolen ganz bestimmte mathematische Beziehungen, Zusam-

[6] Vgl. Schippan, Th.: Einführung in die Semasiologie. Leipzig 1975, S. 114 ff. Auf die Diskussion der von Theo Schippan genannten Besonderheiten von Termini gegenüber anderen Lexemen muß hier verzichtet werden.

menhänge, Operationen ausgedrückt werden und daß eine bestimmte Anordnung von Symbolen erst dadurch ihren mathematischen Sinn erhält. Mit anderen Worten: Der Bildung mathematischer Aus-[72]drücke liegen gewisse Regeln zugrunde, die es gestatten, sinnvolle Ausdrücke der jeweiligen mathematischen Disziplin zu bilden, die es erlauben, solche von nichtsinnvollen zu unterscheiden usw. Es gibt also ein System von Regeln, das wir, wären die Symbole Bestandteile der Gemeinsprache, eine Grammatik oder den Teil einer Grammatik nennen würden. Es scheint mir daher nahezuliegen – und mit diesem Entschluß ergibt sich zugleich die Antwort auf die Frage, ob es Wissenschaftssprachen in einem vernünftigen Sinne überhaupt gibt –, auch Systeme solcher Regeln, die sich – allgemeiner formuliert – auf eine Terminologie beziehen, eine Grammatik zu nennen. Nur wenn man dies tut, läßt sich in sinnvoller Weise von Wissenschaftssprachen reden.

Man kann dies auch anders ausdrücken: Wissenschaftssprachen unterscheiden sich von der Allgemeinsprache u. a. darin, daß sie sowohl hinsichtlich des Wortschatzes als auch bezüglich der Grammatik den jeweiligen kognitiven Bedürfnissen der betreffenden Wissenschaft angepaßt werden.[7] Zwar sind sie weder hinsichtlich des Wortschatzes noch der Grammatik von einer Allgemeinsprache unabhängig. Sowohl der Wortschatz als auch die Grammatik können jedoch in jedem Falle um Bestandteile bereichert sein, die in der entsprechenden Allgemeinsprache nicht auftreten.

Gegen diese Auffassung von „Mathematik als Grammatik“ wird manchmal eingewandt, daß „trotz der offensichtlichen Analogie zwischen Mathematik und Grammatik doch tiefgehende Unterschiede vorhanden“ seien.[8] Im Unterschied zu allen übrigen Sprachen hätten die Termini einer Wissenschaftssprache zunächst keinen bestimmten Sinn, sondern erhielten diesen erst durch ihre Verknüpfung zu Formeln (den „Sätzen“ dieser Sprache) und Theorien (deren „literarischen Werken“).[9] Dieser Einwand dürfte aber nicht stichhaltig sein, weil die Vorstellung eines übergeordneten Begriffs von Grammatik einer Allgemeinsprache und einer Wissenschaftssprache Unterschiede doch nicht ausschließt. Ein solcher Begriff setzt lediglich *wesentliche* Gemeinsamkeiten voraus, die zweifellos bestehen vor allem in einem (mehr oder weniger strengen) System von Regeln, die einen Wortschatz „beherrschen“. Die in Frage gestellte Abhängigkeit des Sinns ein-[73]zelner Wörter und sprachlicher Wendungen von den „Sätzen“ und den „literarischen Werken“, in denen sie gebraucht werden, besteht in der allgemeinsprachlichen Literatur zwar in einer anderen Weise als in der mathematischen oder in einem mathematisierten Wissenschaftszweig, aber sie ist vorhanden und sogar anerkannter Gegenstand literaturwissenschaftlicher Untersuchung.[10] Die entsprechende Abhängigkeit in (mathematisierten) Wissenschaftssprachen ist übrigens nur ein anderer Ausdruck für die eingangs erwähnte Dialektik von Begriffsbildung, Sprachkonstruktion und Theorieentwicklung.

Um das Wesen von Wissenschaftssprachen voll erschließen zu können, ist jedoch die bis jetzt vorgenommene Analyse ihrer Beziehung zur Allgemeinsprache tatsächlich nur eine notwendige Bedingung. Hinzutreten muß die Untersuchung der Gemeinsamkeiten *und* der Besonderheiten verschiedener Wissenschaftssprachen, unter Umständen auch in den Nuancierungen bezüglich einzelner Disziplinen von Mathematik und Logik, der Natur- und Technikwissenschaften sowie der Gesellschaftswissenschaften Hierzu können in diesem Beitrag nur noch einige Bemerkungen gemacht werden.

---

[7] Wenn hier vornehmlich die kognitive Funktion von Wissenschaftssprache betrachtet wird, schließt dies keine eventuell geringere Bewertung der auch für Wissenschaftssprachen wichtigen kommunikativen Funktion ein.
[8] Novožilov, V. V.: Die angewandten Mathematiker – wer sind sie? Nachwort zu: Blechman, I. I./Myškis, A. O./Panovko, Ja. G.: Angewandte Mathematik. Berlin 1984, S. 322.
[9] Vgl. ebenda.
[10] Vgl. etwa Lotman, Ju. M.: Kunst als Sprache. Untersuchungen zum Zeichencharakter von Literatur und Kunst. Leipzig 1981.

Trotz aller bestehenden Beziehungen, ja der Verwandtschaft von Wiesenschafts- und Allgemein*sprache*, darf nicht übersehen werden, daß Wissenschaftssprachen, Besonderheiten haben können, die sie von Gemeinsprachen wesentlich unterscheiden. Gerade solchen Besonderheiten verdanken Wissenschaftssprachen ihre Bedeutung, und in ihnen liegt ihr Wert für einzelne wissenschaftliche Disziplinen oder Problemklassen. Sie rechtfertigen es auch, von problemspezifischen oder problemangepaßten Sprachen zu reden. So darf man zum Beispiel aus der engen Verbindung von Allgemein- und Wissenschaftssprache keineswegs schließen, daß man – wie es mitunter heißt – „im Prinzip jeden beliebigen wissenschaftssprachlichen Ausdruck in einen Ausdruck der Allgemeinsprache umsetzen, transformieren, übersetzen könne. Ohne dies hier im einzelnen zeigen zu können, muß konstatiert werden, daß dies nicht zutrifft. Eine genauere Untersuchung dieser Frage verlangt, sich darüber klar zu werden, was hier unter „im Prinzip auf Allgemeinsprache zurückführbar“ heißt. Es kann hier lediglich ein Beispiel angeführt werden, das [74] exemplarisch zeigt, in welchem Sinne die „Nichtzurückführbarkeit“ besteht: Wer etwa behaupten wollte, daß man das, was in einer zu einem Problem der Verflechtungsbilanzierung gehörenden Matrix von m Zeilen und n Spalten (wo m und n nicht einmal sonderlich große Zahlen sein müssen) an Interdependenzbeziehungen enthalten ist, „im Prinzip“ auch in Gemeinsprache ausdrücken könne, weiß im Grunde genommen nicht, wovon er redet. Denn abgesehen davon, daß eine entsprechende Beschreibung – würde man die Mühe nicht scheuen, sie zu Papier zu bringen – schon deshalb sinnlos wäre, weil sie niemand mehr recht verstünde und so schon die kommunikative Funktion der Sprache aufgehoben würde, ist die mathematische Beschreibung durch eine Matrix gerade wegen der kognitiven Funktion von Sprache erfolgt, und zwar zu dem Zweck, ein *Problem* – im angenommenen Beispiel das der Verflechtungsbilanzierung – *zu lösen*, was in der hypothetischen „allgemeinsprachlichen Übersetzung“ gar nicht in Angriff genommen werden könnte.

Abschließend sei auf eine weitere Besonderheit hingewiesen, die zumindest manche Wissenschaftssprachen ebenfalls von der Allgemeinsprache wesentlich unterscheidet: Im Unterschied zu den Verhältnissen bei Allgemeinsprachen müssen Wissenschaftssprachen nicht notwendig ihre *eigene* Grammatik besitzen. Im Hinblick auf die Kybernetik wurde dies schon vor einiger Zeit zu zeigen versucht.[11] Die Analyse der Beziehungen von mathematischen und kybernetischen Beschreibungsmitteln scheint den Schluß zu erlauben, daß die „kybernetische Sprache“ keine eigene „kybernetische Grammatik“ besitzt, sondern sich als „Fachgrammatik“ mathematischer Grammatiken bedient bzw. zumindest danach strebt, solche zu benutzen. Diese Vorstellung schließt auch aus – wie man es manchmal ausgedrückt findet –, daß kybernetische Probleme zu ihrer Lösung in mathematische transponiert würden, indem gleichsam eine Übersetzung aus der Sprache der Kybernetik in die der Mathematik erfolge. Dieses Beispiel ist hier erwähnt, weil es sehr wahrscheinlich vergleichbare Konsequenzen für alle mathematisierten Wissenschaftssprachen hat. Hierüber sollte weiter nachgedacht werden. [76]

Andreas Pester
Mathematik – mathematische Modellierung – Sprache

Es entbehrt nicht einer gewissen Originalität, daß einerseits der Mathematik und besonders den sie Ausübenden, den Mathematikern, des öfteren in der Geschichte der Vorwurf der Abstraktheit, Welt- und Menschenabgewandtheit gemacht wurde, man andererseits verfolgen kann, wie an Knotenpunkten der Entwicklung des Verhältnisses von Theorie und Praxis sich dessen neue Qualität, auch an der Mathematik und ihrer geistigen Bewältigung exemplarisch zeigte und manifest gemacht wurde. Insofern ließe sich zumindestens vermuten, daß Mathe-

[11] Vgl. Liebscher, H.: Wissenschaftssprache und Modellbildung in der Kybernetik. Deutsche Zeitschrift für Philosophie 29 (1981) 11, S. 1384-1389.

matik aus philosophischer und wissenschaftstheoretischer Sicht mehr darstellt als nur ein wirksames geistiges Werkzeug zur Steigerung der Effektivität von Produktion und Denken, daß die Haltung zur Mathematik schon immer ein Anzeichen für den Entwicklungsstand der geistigen Aneignung der Welt durch das historische Subjekt und der sozialökonomisch und technisch bestimmten Möglichkeiten der bewußten Gestaltung der Welt war und ist.

Dies und nicht nur die gewaltigen Erfolge mathematisierter Natur- und Technikwissenschaften der letzten Jahrzehnte sollte man beachten, wenn sich gegenwärtig ein Wandel in Problemsituation und Problemsicht in bezug auf philosophische und methodologische Fragen der Mathematik bemerkbar macht. Kerngedanke dieses Wandels ist, Mathematik nicht nur als Prototyp exakten Wissens auf die Prozeduren der Begründung, Beschreibung und Erklärung hin zu untersuchen, sondern Mathematik mehr in bezug auf ihre Funktionen und Bedeutungen, in bezug auf Wissenschaftsentwicklung und Fortschritt zu befragen. Man kann vermuten, daß dieses Interesse auch nicht allein den großartigen Erfolgen der Anwendung der Methode der mathematischen Modellierung (zumeist in Konnex mit entsprechender Hard- und Software) zu verdanken ist.

U. E. steckt dahinter die Frage: Kann man anhand dieser Methoden exemplarisch, aber mit paradigmatischer Bedeutung untersuchen, ob und wie man mit Hilfe formaler Methoden und Algorithmen Systeme gestalten kann, in denen der Mensch lebend, arbeitend, denkend wirksam wird ?

[77] Die Bestimmung des für mathematische Denkweisen und Untersuchungsmethoden Spezifischen hat in der Philosophie allgemein, in der marxistisch-leninistischen Philosophie im besonderen lange Traditionen. Eine nicht erst durch Engels initiierte Herangehensweise ist die Untersuchung des Gegenstandes der Mathematik. In der materialistischen Tradition stehende Lösungsversuche haben diesen Gegenstand immer in bestimmten allgemeinen objektiv realen Verhältnissen und Formen bzw. in ganz spezifischen Formen der durch die materiell-gegenständliche Praxis determinierten geistigen Tätigkeit des Menschen gesehen. Eine Mathematikauffassung als „vollkommen freie Konstruktion des Gedankens“ wurde immer als idealistisch gewertet. Trotzdem scheint uns diese Herangehensweise nur *eine*, wenn auch äußerst wichtige Seite des Spezifischen der Mathematik aufzudecken, die von allgemeiner Bedeutung für die Wissenschaften ist.

1. Mathematik als Theorie

Die wesentlichste Entwicklungs- und Organisationsform des mathematischen Wissens ist die Theorie. Deshalb ist sie auch aus erkenntnistheoretisch-methodologischer Sicht der Ausgangspunkt für weitere Überlegungen. Die Auffassungen darüber, was eine mathematische Theorie ist, worin ihre wesentlichsten Eigenschaften und Funktionen im Erkenntnis- und Gestaltungsprozeß bestehen, sind unterschiedlich. Aber wiederum nicht so unterschiedlich, daß man sie nicht zueinander in Beziehung setzen könnte. Für die philosophische und methodologische Einordnung der Theorie sind folgende Aspekte wichtig:

1. der Gegenstand von Theorien;

2. die Struktur und Entwicklung. von Theorien;

3. die Funktionen von Theorien;

4. der Zusammenhang des theoretischen Wissens mit anderen Arten des Wissens.

Als charakteristisch für mathematische Theorien werden mehr oder weniger übereinstimmend hervorgehoben:

– ihre Abstraktheit bzw. der Umgang mit abstrakten Objekten,

– ihre hohe Strukturiertheit,

– der eigentümliche Charakter der Existenz mathematischer Objek-[78]te

– die Spezifik der Wahrheit mathematischer Sätze und Theorien und der Behandlung des Unendlichen /vgl. 1; 2/.

Die Frage nach der Eigenart der Objekte mathematischer Theorien hängt eng mit der Frage nach dem Gegenstand der Mathematik zusammen, ist aber mit ihr nicht identisch. Wissenschaftliche Theorien allgemein werden als „Formen der rationalen Tätigkeit“ /3, S. 9/ bzw. aus der Sicht des Widerspiegelungsprinzips der Philosophie als „konzeptuale Systeme. mit deren Hilfe bestimmte Gesetzmäßigkeiten des Funktionierens und der Entwicklung entsprechender realer Systeme abgebildet werden“ /ebenda. S. 15/, bezeichnet.

Für die erkenntnistheoretische Betrachtung der Mathematik war immer von Bedeutung herauszuarbeiten, ob die Mathematik Zusammenhänge der objektiven Realität oder/und Subjekt-Objekt-Beziehungen widerspiegelt. U. E. ist der Abstraktions- und Idealisierungsgrad mathematischer Objekte so hoch und komplex, daß beide Varianten in Betracht gezogen werden müssen. Nur so ist zu verstehen, warum z. B. bestimmte natürliche bzw. technische Sachverhalte mit unterschiedlichen mathematischen Theorien beschrieben werden können. Eine solche Position schließt aber ein, daß die allgemeine Feststellung: „Theorien sind Erklärungen objektiv-realer Prozesse durch die in sich konsistente Darstellung der erkannten wesentlichen Beziehungen und Gesetze in einem Gesetzessystem mit entsprechenden Existenzbedingungen“ /4, S. 12/ in modifizierter Form auch für mathematische Theorien gelten. So wichtig es ist, aus methodologischer Sicht den instrumentellen Charakter der Mathematik, ihre Auffassung als „ideelle Technik“ /vgl. 5/ hervorzuheben, um die Funktionen der Mathematik im (wissenschaftlichen) Erkenntnisprozeß zu erfassen, genauso wichtig erscheint uns der Hinweis, daß die Realisierung der Werkzeugfunktion mathematischer Theorien, Kalküle und Modelle den Widerspiegelungscharakter mathematischer Begriffe, Theorien usw. zur *Voraussetzung* hat /6, S. 54/. Dabei muß man beachten, daß in der modernen Mathematik durch die Benutzung spezieller Zeichensprachen auch qualitative Veränderungen im Widerspiegelungscharakter der Mathematik vor sich gegangen sind. Nach K. Schröter sind mathematische Theorien Kalküle, die nach einer wohldefi-[79]nierten Relation im Bereich der Gedanken gedeutet werden /7, S. 376/.

Gedanken im Sinne der Theorie sind Begriffe, Urteile, Hypothesen u. a. Begriffe drücken Namen aus, die Dinge, Eigenschaften oder Relationen bezeichnen, genauso wie ein Urteil eine Aussage ausdrückt, die einen Sachverhalt bezeichnet.

Eine mathematische Theorie ist ein gedeuteter Kalkül im Bereich der Gedanken. Gleiche Aussagen bzw. Namen werden Gedanken so zugeordnet, daß die Denotate der entsprechenden Aussagen bzw. Namen übereinstimmen. In diesem Sinne ist eine mathematische Theorie ein System von Begriffen und Urteilen, ein gedeuteter Kalkül, der eine bestimmte Menge von Sachverhalten, Dingen, Eigenschaften, Relationen bezeichnet.

Da für die moderne Mathematik die konkrete Natur mathematischer Objekte zweitrangig ist, beinhaltet eine mathematische Theorie Gedanken über Aussagen und Namen, die vor allem Relationen, deren Eigenschaften und Sachverhalte zwischen ihnen kennzeichnen. Erkenntnistheoretisch ist hieran zu beachten:

1. mathematische Theorien beinhalten Gedanken, sind also nicht auf den rein formalen, kalkülmäßigen Aspekt reduzierbar;
2. eine mathematische Theorie kann nicht losgelöst von dem mit ihr verbundenen Kalkül, also auch der mit ihr verbundenen Sprache betrachtet werden;

3. die Widerspiegelung objektiver Sachverhalte, Eigenschaften, Relationen in mathematischen Theorien ist zumindest zwei-, meist aber drei- bis viergliedriger Natur. Es besteht also in den seltensten Fällen ein *unmittelbarer* Zusammenhang zwischen dem gedanklichen Inhalt einer mathematischen Theorie und den Prozessen, die sie beschreibt. Oftmals bezeichnen die Ausdrücke des Kalküls nicht objektiv-reale Relationen und Prozesse direkt, sondern beziehen sich auf gedankliche Abbildungen in anderen Wissensgebieten;
4. der von Cantor, Weyl, Hilbert, Einstein und vielen anderen Wissenschaftlern hervorgehobene theoretisch-schöpferische konstruktive Charakter mathematischer Theorienbildung liegt in den Entwicklungsfähigkeiten des Kalküls, der möglichen Freiheit der Begriffsbildung und den erkenntnistheoretischen [80] und semantischen Besonderheiten der Folgerungsrelation einer mathematischen Theorie. Denn jede mathematische Theorie hat ihre eigene, schöpferisch zu bestimmende Deutungsrelation (die allerdings bestimmten axiomatisch bestimmten metamathematischen Eigenschaften genügen muß).

Damit wird der Zusammenhang zwischen der gedanklichen Erfassung objektiv-realer allgemeiner Strukturen der Materie und des Denkens und der Untersuchung solcher Strukturen des Denkens und der Sprache, die *mögliche* allgemeine Strukturen der objektiven Realität ausdrücken bzw. bezeichnen /8. S. 20/, deutlich.

Da Schöpfertum als kreativer Akt der Erweiterung des Denkmöglichen nie auf seine psychologische Dimension reduzierbar ist, sondern soziale, historische und auch logisch-methodologische Zusammenhänge beinhaltet, stimmen wir der Auffassung von Paul und Ruzavin zu, daß man allgemein die Mathematik als Wissenschaft von den mathematischen Strukturen bestimmen kann, die betrachtet werden in ihrer Vorgeschichte, ihrer eigentlichen Geschichte, in ihrer endgültigen axiomatischen Formulierung und schließlich in ihren Beziehungen zu anderen Wissenschaften /vgl. 6, S. 72/. Das bedeutet für die oben entwickelte Auffassung, daß eine mathematische Theorie in der beschriebenen Struktur nur der Idealtyp realer mathematischer Theorien ist, sich aber die meisten mathematischen Theorien in Richtung eines solchen Idealtyps bewegen.

Wir möchten hier zumindest andeuten, daß die Bildung, Entwicklung und Interpretation mathematischer Theorien Erkenntnisfortschritt im Sinne der Erweiterung der (geistigen) Universalität des Menschen und der Gesellschaft, des Freiheitsgewinns darstellt. Insofern ist dieser Prozeß also auch Teil humanistischer Bestrebungen im Sinne der Vervollkommnung der produktiven und kulturellen Möglichkeiten des Menschen.

2. Mathematik als Methode

Wenn auch die mathematische Theorie die Entwicklungsform der Mathematik selbst ist, so erfolgt der breite Einfluß der Mathematik auf andere Wissenschaften vor allem über die Nutzung und Entwicklung mathematischer Methoden. Der Begriff der wissen-[81]schaftlichen Methode ist aus philosophisch-methodologischer Sicht vor allem darauf fixiert, daß wissenschaftliche Methoden Systeme regulativer Prinzipien von bewußten Handlungen zur Erreichung eines bestimmten Erkenntniszieles sind /9. S. 595/, daß sie bestimmte Verfahren zum bewußten Einsatz aller Möglichkeiten praktisch-gegenständlicher und theoretischer Tätigkeit des Menschen darstellen, um ein gestelltes Forschungsziel zu erreichen /4, S. 12/. Für die mathematische Methode wird hervorgehoben, daß sie dazu dient, im Experiment und in der Beobachtung festgestellte Zusammenhänge durch mathematische Strukturen idealisiert abzubilden und daß dazu vor allem die Ersetzung des Originals durch ein mathematisches Modell dient.

U. E. muß aber, ehe man von *der* mathematischen Methode spricht, die Betrachtungsebene bestimmt werden. Solche Betrachtungsebenen sind:

a) Spezifische mathematische Methoden entsprechend den einzelnen Disziplinen. So muß z. B. die arithmetische von der geometrischen, die algebraische von der analytischen Methode unterschieden werden. Es handelt sich bei diesen Methoden um spezifische Vorgehensweisen in den einzelnen mathematischen Theorien. Diese können mit Erfolg auch auf andere Theorien angewendet werden. Das historisch wohl bekannteste Beispiel ist die Anwendung algebraischer Methoden auf geometrische Objekte in Form der analytischen Geometrie.

Eine sehr mächtige Methode ist z. B. die funktionalanalytische Betrachtungsweise, die in den Untersuchungen zu nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen, als Methode bei der Untersuchung von Optimierungsaufgaben oder z. B. in der Kontinuumstheorie ihre Anwendung findet. Diese Liste von Beispielen könnte man fortsetzen. Methodologisch verallgemeinernd muß festgestellt werden, daß die Anwendung solcher spezifischer Methoden auf andere Disziplinen die Ausarbeitung der Theorie, der diese Methoden entnommen sind, voraussetzt und gleichzeitig wieder stimuliert. In den meisten Fällen handelt es sich um Untersuchungen zu konkreten mathematischen Strukturen, ohne die auch keine allgemeinen Betrachtungen möglich sind.

[82] „Bevor man generalisieren. formalisieren und axiomatisieren kann, muß eine mathematische Substanz da sein", warnte H. Weyl schon vor über 50 Jahren, denn das Allgemeine wird nicht um seiner selbst willen untersucht, „sondern jede nützliche Verallgemeinerung *vereinfacht*, indem Sie die Voraussetzungen reduziert, und läßt uns damit gewisse Seiten eines unübersichtlichen Ganzen verstehen." /31, S. 349 f./.

Als die der Mathematik eigentümliche Methode wird oft die axiomatische Methode hervorgehoben. Charakteristisch für die axiomatische Methode ist ihr deduktiver Charakter, der beinhaltet:

– die genaue Bestimmung des verwendeten Zeichenvorrates
– die genaue Bestimmung der sinnvollen Ausdrücke eines Bereiches
– die genaue Festlegung der im Rahmen der Menge der sinnvollen Ausdrücke beweisbaren Ausdrücke
– die genaue Festlegung des Ableitungsbegriffs.

Zumindest seit den philosophischen Ausführungen Kants zur Methode der Mathematik und spätestens seit den logisch-methodologischen Untersuchungen der Intuitionisten und anderer konstruktiver Auffassungen in der Mathematik sollte aber klar sein, daß die konstruktive(n) Methode(n) (z. B. die Methode der vollständigen Induktion) einen (mindestens) ebenso wichtigen Platz in der Mathematik einnimmt bzw. einnehmen. Oft wurde beiden Methodentypen ein unüberbrückbarer Widerspruch unterstellt, der erste als Prototyp der Deskription, der zweite als Prototyp der Preskription hingestellt. Umfangreiche Studien zur Arbeitsweise des Mathematikers haben zutage gebracht, daß nicht nur, wie zu erwarten, keine der beiden Methoden in Reinform verwendet wird, sondern daß außerdem ein großer Unterschied zwischen Untersuchungs- und Darstellungsmethode in der Mathematik herrscht. Metamathematische Untersuchungen haben andererseits gezeigt, daß auch logisch zu erfassende Zusammenhänge zwischen beiden Methoden bestehen /vgl. 10/. Erkenntnistheoretisch wird an der(n) der Mathematik eigentümlichen Methode(n) ihre Strenge der Definition und Beweisführung hervorgehoben. Das ergibt sich daraus, [83] daß mathematische Sätze prinzipiell nicht experimentell überprüfbar sind. Somit muß also eine strenge logische Normierung gewährleisten, daß aus richtigen Voraussetzungen auch richtige Schlußfolgerungen abgeleitet werden. Insofern ergeben sich die Eigentümlichkeiten der mathematischen Methode aus der Eigentümlichkeit der Objekte mathematischer Theorien.

b) Eine weitere Betrachtungsebene ist die Anwendung mathematischer Methoden in anderen Einzelwissenschaften. Hier wird traditionell unterschieden zwischen der Anwendung der in der Mathematik besonders gepflegten deduktiven bzw. axiomatischen Methode zum Aufbau mathematischer Theorien und ihrer Übertragung auf den Aufbau einzelwissenschaftlicher Theorien (was nur in wenigen Fällen umfassend gelingt) und der Anwendung mathematischer Methoden zur Erfassung funktionaler oder statistischer Abhängigkeiten von Meßdaten bzw. struktureller Zusammenhänge in einzelwissenschaftlichen Theorien. Für die methodologische Erfahrung wichtig scheint, daß neben der in solchen Fällen üblichen Untersuchung an mathematischen Modellen verschiedenster Art mehr oder weniger traditioneller Weise sich neue Vorgehensweisen zeigen. Insbesondere in Fällen, wo keine abgeschlossene Modellierung (wie z. B. am mathematischen Modell des Pendels) möglich ist, erfolgt der Übergang zu Simulationsmodellen /vgl. 11/, an denen dann verschiedene Szenarien ausgeführt werden, die zu bewerten sind. Hier findet auf neuartige Weise eine Verbindung von mathematischer Modellierung mit Vorgehensweisen statt, die typisch für das Experiment sind. Neben der Bestimmung der Adäquatheit des Modells bezogen auf das zu modellierende Objekt bzw. Problem müssen verschiedene Szenariovarianten nach bestimmten Kriterien bewertet werden. Wenn die Bestimmung der Adäquatheit erkenntnistheoretisch auf die Bestimmung Wahrheit hinausläuft, vollzieht sich die Bewertung letztlich nach bestimmten Interessen von Subjekten widergespiegelter Werte und Erfahrungen. Diese Vorgehensweise zeichnet sich vor allem durch eine Verbindung von formalen und nichtformalen Methoden aus. Am Beispiel solcher Modelle für die Biosphäre führt Moiseev dazu aus: „Wir sehen, daß wir die elektronische Rechentechnik nicht nur als Mittel zur Lösung einer bestimmten Klasse von [84] mathematischen Aufgaben benötigen. Wir brauchen sie auch als eine bestimmte eigentümliche ‚experimentelle Anlage‘, die es uns erlaubt, die Biosphäre als einheitliches Ganzes darzustellen und mittels der Modellmethode an ihr die notwendigen ‚Experimente‘ durchzuführen, ihre Eigenschaften aufzudecken, annehmbare Varianten des Verhaltens der Gesellschaft bezüglich der Umwelt zu finden. Dafür benötigt man ein Instrument, das es erlaubt, traditionelle nichtformale Methoden, die die Analogie, Intuition, die Erfahrung nutzen, mit dem numerischen Komplex zu vereinigen.“ /11, S. 179/

In der Entwicklung solcher Hard- und Softwaremittel, die den Mensch-Maschine-Dialog gewährleisten, sieht Moiseev für die Zukunft ein solches Instrument. Erste Erfolge zeigen sich bei der Verbindung der Modellmethode mit KI-Systemen, vor allem bei Expertensystemen. Somit muß unter diesen Bedingungen die Anwendung mathematischer Methoden in anderen Einzelwissenschaften zumindest in den Fällen, wo es sich um Systemgestaltung, Systembewertung bzw. System- oder Prozeßsteuerung handelt, die Verbindung von mathematischer Modellierung und informatikorientierten Methoden in die methodologische Betrachtung einbeziehen.

c) Eine dritte Betrachtungsebene ist die Untersuchung der mathematischen Methode im Methodensystem der Wissenschaft. Traditionell wird die mathematische Methode in Beziehung zur experimentellen Methode gesetzt. Hörz hebt hervor: „Dabei sind die beiden gegensätzlichen Pole die bewußte, auf die praktische Analyse (und Synthese) der Objekte und Prozesse gerichtete Tätigkeit, eben die Nutzung der experimentellen Methode und die schöpferische Abbildung und Entwerfen vereinigende Denktätigkeit, wie sie vor allem in der mathematischen Methode zum Ausdruck kommt.“ /4, S. 12/ Angesichts der angedeuteten Entwicklung in solchen Wissenschaftsgebieten, die Orientierungs- und Entscheidungshilfe für die Bewertung und Steuerung zumeist komplexer Systeme leisten (wie z. B. in technologischen, ökologischen, aber auch ökonomischen Disziplinen), vollzieht sich in der Methodenentwicklung ein Trend zu kombinierten Methoden.

[85] Schon die klassische analytische Modellierung in physikalisch-technischen Disziplinen hat gezeigt, daß in der angewandten Mathematik widersprüchliche Tendenzen und Normen im Umgang mit numerischen Lösungen, der Notwendigkeit der Stabilität und nicht der Ex-

aktheit von Methoden, Modellen und Begriffen und des Widerspruchs zwischen Effektivität und notwendiger Stringenz der Arbeitsweise auftreten. Man sollte sich dabei allerdings vor überspitzten Verabsolutierungen hüten. Einzelne Mathematiker, wie z. B. E. Trefftz /vgl. 12/ oder N. J. Lehmann, zeigten, daß zur Anwendung der Mathematik bzw. zur Entwicklung computerorientierter mathematischer Methoden (wie Computeranalysis) durchaus *präzise* mathematische Begriffsbildung, exakte Fehlerabschätzungen u. ä. notwendig sind /vgl. 15/.

U. E. ist es aber (zumindest z. Z.) nicht gerechtfertigt, davon zu sprechen, daß sich die Mathematik zu einer experimentellen Wissenschaft entwickelt. Das „mathematische Experiment“ stellt vielmehr eine Erweiterung der bisherigen experimentellen Methode auf der Grundlage der Veränderung der Funktion des mathematischen Modells bezüglich der Struktur der experimentellen Methode und der Implementierung dieses Modells auf einen Computer dar. Die theoretischen Eigenschaften dieser Modelle müssen nach wie vor deduktiv bewiesen werden /vgl. 15/.

Die Koppelstellen zwischen experimenteller und mathematischer Methode treten in Gebieten wie Simulation, Imitationsexperiment u. ä. auf /vgl. 16/. Hinzu kommt noch eine bestimmte psychologische bzw. soziale Komponente, denn in der Verbindung von mathematischen Modell, Simulation, Bewertung von Szenarien und Expertensystem als Entscheidungshilfe müssen Wissen und Methoden unterschiedlichster wissenschaftlicher Disziplinen vereint werden, neben mathematischen, natur- und technikwissenschaftlichen vor allem ökonomische, psychologische und soziologische Disziplinen. Daraus ergeben sich in größerem Maße Akzeptanzprobleme solcher Lösungen bei unterschiedlichen Nutzergruppen. [86]

3. Mathematik als Sprache

Im Zusammenhang mit der Mathematisierung verschiedenster naturwissenschaftlicher Theorien und der Erarbeitung von Modellsystemen für interdisziplinäre Untersuchungen wird oft der Sprachcharakter der Mathematik hervorgehoben. „... sie (die Mathematik – A. P.) bleibt immer eine Sprache zur abstrakten Beschreibung und eine Theorie, die den Methoden der Analyse abstrakter Konstruktionen gewidmet ist“, so beschreibt Moiseev den Zusammenhang von Sprache, mathematischer Theorie und Methode /16, S. 44/. An anderer Stelle unterstreicht er, daß die Herstellung der Einheit des Wissens, die Ausprägung seines Systemcharakters ohne Nutzung der Sprache der Mathematik nicht möglich ist/11, S. 185, vgl. auch 17/. Demgegenüber gibt es in der Literatur Hinweise darauf, daß die Vorstellungen über den Sprachcharakter der Mathematik nicht überzogen oder einseitig interpretiert werden dürfen. „Der Reduzierung der Mathematik auf eine rein formale Sprache steht die an Inhalten reiche Gedankenwelt des Mathematikers beim Konstruieren neuer mathematischer Strukturen gegenüber“ /18, S. 22/, hebt Wenzel hervor und betont, bezogen auf die Physik: „Sie bedient sich der Sprache der Mathematik, nicht aber der Mathematik als Sprache“ /ebenda/. Auf die Unzulässigkeit, beliebige theoretische Gebilde als sprachliche Gebilde zu verstehen, die erst durch eine Interpretation eine inhaltliche Belegung erfahren können, verweist auch Liebscher /4, S. 173/. Damit argumentiert er gegen eine These von Suppes, der eine Theorie als linguistische, ein Modell als eine nichtlinguistische Gegebenheit ansieht.

Auch hier scheint bei weiterer Betrachtung die Unterscheidung verschiedener Untersuchungsebenen angebracht:

1. Die (Fach)-Sprache der Mathematik;
2. die Beziehungen von Verbalem und Symbolischem in der (Fach)-Sprache der Mathematik;
3. die Verbindung von begrifflichen, funktionalen und sprachlichen Komponenten in der Theorien- und Modellentwicklung einzelwissenschaftlicher Disziplinen.

1. Die (Fach)-Sprache der Mathematik

Der sprachliche Charakter logisch-mathematischer Kalküls steht [87] wohl seit den Untersuchungen von Leibniz außerhalb jeden Zweifels. Ungenügend geklärt dürfte aber sein, was denn unter dem sprachlichen Charakter der Mathematik zu verstehen ist. Zumindest kann man einige historische Eckpunkte abheben: Schon in der verbalen Ausdrucksweise der antiken griechischen Mathematik setzte sich immer stärker eine Fachterminologie und damit eine gewisse Standardisierung der Ausdrucksweisen durch. Nur so war es in der griechischen Antike möglich, Mathematik als deduktive Wissenschaft rational zu betreiben. Von weiterhin damals vorhandenen Beziehungen zwischen mathematischer Begriffsbildung, mathematischer Terminologiebildung und handwerklichen Tätigkeiten erhält man einen Eindruck, wenn man die fast beschwörend anmutenden „Entlarvungen“ und Verurteilungen solcher Vorgehensweisen bei Platon nachliest. Am weitesten fortgeschritten war diese Standardisierung bei der Herausarbeitung von Zahlwörtern und der Einführung von Zahlzeichen als künstlich geschaffene Symbole. Dadurch konnte man bei Operationen mit Zahlen diese mit Symbolen und nicht mehr einfach mit Worten bzw. Ausdrücken durchführen. Trotzdem dauerte es einige tausend Jahre, bis sich das dezimale Positionssystem als *das* Zahlensystem durchsetzte und der Übergang vom „mündlichen“ zum schriftlichen Rechnen erfolgte.

Mathematische Problemstellungen wurden jedoch auch danach weiterhin verbal formuliert, verbal verschiedene Lösungsansätze dazu diskutiert und diese dann auch ausgeführt. Sie wurden durch graphische Darstellungen ergänzt. Erst mit F. Vieta vollzieht sich der Übergang zu einer stärker symbolisch geprägten Fachsprache. Dadurch erhöhte sich ihre Operationalität und Ausdrucksstärke. Jedoch erst im 18. und 19. Jahrhundert setzt sich eine mehr oder weniger durchgehende symbolische Fachsprache durch. In logischer Konsequenz wurde die Fachsprache der Mathematik in den Arbeiten zur Grundlegung der Mathematik Anfang des 20. Jahrhunderts in sehr hohem Grade formalisiert.

Diese Ausdrucksweise hatte Verständlichkeit zugunsten von Operationalität, logischer bzw. algebraischer Perfektion und Konstruktivität geopfert. Mit Hilbert setzte dann die Gegenreaktion ein, die heraushob, daß Mathematik nicht nur abstrakter Umgang mit Zahlen und Symbolen, sondern auch (und vor allem) mit [88] Begriffen ist, Symbole nicht nur für Größenverhältnisse, sondern vor allem auch für Begriffskonstruktionen und -relationen stehen.

Es zeigen sich auch unterschiedliche Sichtweisen von Logik, Linguistik bzw. Philosophie zu dieser Problematik. Der Unterschied Mathematik – Informatik wird z. B. an diesen Fragen manifest gemacht. So formuliert Jungclaussen: „Die Informatik ist die Wissenschaft vom aktiven, sprachlichen Modellieren“ /19, S. 55/ und „Die reine bzw. angewandte Mathematik ist die Wissenschaft von der Schaffung und Hantierung mit deduktiven Theorien ohne bzw. mit externer Semantik /ebenda, S. 57/. Dahinter steckt die Überlegung, daß das Trägersystem der sprachlichen Gebilde der Mathematik passiv ist, d. h., daß die Aussagen mathematischer Theorien von einem nicht zum Modell gehörenden informationsverarbeitenden System interpretiert und artikuliert werden müssen, im Gegensatz zur Informatik. Für die Aussagen der Mathematik wird gleichzeitig hervorgehoben, daß sie Elemente einer deduktiv abgeschlossenen Menge von Aussagen einer formalisierten Sprache sind und nur im Falle der angewandten Mathematik eine Semantik besitzen, die außerhalb der formalisierten Sprache liegt.

Ganz anders ist die Herangehensweise in der Linguistik. Unter der These; Sprache ist geistige Prägung bzw. Information ist Formgebung des menschlichen Denkens durch Sprache wird eine sprachliche Weltansicht im Sinne einer spezifischen Art des Gegebenseins von Welt in syntaktischen und semantischen Strukturen postuliert /20/. Bezüglich der Mathematik und ihrer Sprachabhängigkeit betont Gipper, daß es sich um eine hochspezialisierte Fachsprache handelt, die genetisch auf sprachlichen Grundlagen der Einzelwissenschaft beruht.

„Die Begriffsnetze, mit denen die Mathematik arbeitet, sind sprachliche Erfindungen, die es gestatten, Beziehungen zu entdecken, die in der Welt angelegt zu sein scheinen.“/20, S. 265/

Die Fachsprachenlinguistik betont, daß die in der Mathematik verwendete Sprache nicht allein vom Gegenstand und der Abstraktionsstufe, sondern auch vom Kommunikationsziel, dem Kommunikationsträger und dem Milieu abhängig ist.

Die Fachsprache der Mathematik (wie andere Fachsprachen auch) besitzt dennoch eine vertikale Schichtung, die bestimmten Kommu-[89]nikationsarten entspricht. Diese Schichtung beinhaltet für die Mathematik zumindest zwei Niveaus:

A (höchste Abstraktionsstufe; künstliche Symbole für Elemente und Relationen; Theorieentwicklung; Wissenschaftler ↔ Wissenschaftler) und

B (sehr hohe Abstraktionsstufe; künstliche Symbole für Elemente, natürliche Sprache für Relationen (Syntax); experimentelle Wissenschaften (mathematische Modellierung); Wissenschaftler (Techniker) ↔ Wissenschaftler (Techniker) ↔ wissenschaftlich-technische Hilfskräfte) /vgl. 21, S. 66/.

Es ist nicht Angelegenheit dieser Arbeit zu untersuchen, ob die Schichtung in der Fachsprache der Mathematik noch weitere Niveaus und Merkmale besitzt. Wichtig ist aber, daß beim sprachlichen Charakter der Mathematik nicht nur auf den logisch-strukturellen Aspekt (der wesentlich vom Objekt bestimmt ist) hingewiesen wird, sondern auch auf den kommunikativen (der in der Dialektik von Subjekt und Objekt liegt).

Besonders für den weiter oben beschriebenen Zusammenhang von mathematischer Modellierung und Mensch-Computer-Kommunikation (im Dialogregime) ist es wichtig, auf beide Aspekte zu verweisen.

2. Die Beziehungen von Verbalem und Symbolischem in der (Fach)Sprache der Mathematik

Die Betrachtung der Sprache der Mathematik unter nicht allein logischem, sondern auch linguistischen Aspekt macht auch darauf aufmerksam, daß die Fachsprache der Mathematik neben symbolischen auch verbale Elemente und Relationen enthält. Die Scheidelinie verläuft dabei nicht allein zwischen Exaktheit und Vagheit, sondern vor allem auch zwischen Begriff/Urteil in inhaltlichem Sinne und den unterschiedlichen (und nicht immer eineindeutigen) Formalisierungen dieser Begriffe und Urteile. Die formale Arithmetik 1. Ordnung ist bekanntlich keine einfache Eins-zu-Eins-Übersetzung der Peanoschen Axiome. Das Induktionsaxiom kann in Abhängigkeit von der in den methodologischen Voraussetzungen der Theorie bewußt oder unbewußt implizierten Unendlichkeitsauffassung und den syntaktischen Möglichkeiten der [90] formalen Sprache in sehr unterschiedlicher Weise formalisiert werden /vgl. 10/.

Besonders in Disziplinen wie Topologie, Algebra und Funktionalanalysis zeigt sich sehr deutlich, daß durchaus eine exakte Begriffsmathematik möglich ist, die sich in ihrer Darlegung und Beweisführung der natürlichen Sprache mit einem gewissen Anteil an formaler Symbolik bedient. Es scheint dies nicht nur eine Frage der Konvention zu sein, da in diesen Disziplinen nicht das Rechnerische, Operationale der Mathematik im Mittelpunkt steht, sondern die Erfassung von mathematischen Strukturen und ihrer Zusammenhänge in Begriffen. Dabei sollte aber ständig der Hinweis von Marx aus den „Mathematischen Manuskripten“ beachtet werden, daß beim Übergang von der verbalen zur symbolischen Darstellungsweise sich ein „Umschlag in der Methode“ vollziehen kann, der sowohl wesentliche Potenzen für die mathematische Theorienentwicklung als auch für die Aufstellung mathematischer Modelle enthält.

3. Die Verbindung von begrifflichen, funktionalen und sprachlichem Komponenten in der Theorien- und Modellentwicklung einzelwissenschaftlicher Disziplinen

Die der „Sprache der Mathematik“ innewohnende schöpferische Potenz zeigt sich nicht nur in der Entwicklung der Mathematik selbst und nicht etwa nur in den theoretischen Naturwissenschaften, sondern auch im Zusammenhang mit der Herausbildung eines neuen Wissenschaftstypus, der der wissenschaftlich-technischen Revolution entspricht. Herlitzius macht auf die in logischen und sprachlichen Konfigurationen liegenden ungeahnten Dimensionen der Selbstentfaltung der Wissenschaft und ihrer organisierenden Rückwirkung auf die materiell-technische Basis aufmerksam. Er unterstreicht die damit mögliche Überwindung von Defekten in der umgangssprachlichen Darstellung natürlicher und technischer Prozesse beim Übergang zu formalen naturwissenschaftlichen und technischen Fachsprachen.

In ihnen gewann und gewinnt „das mathematisch-logische Denk- und Kombinationsvermögen in seiner unermeßlichen intuitiven Potenz umso mehr an Gewicht, je tiefer das konstruktiv-technologische Systemdenken in seine eigene Vergegenständlichung ein-[91]drang und damit höhere mathematische Stilisierung herausforderte“ /22, S. 10/.

Wissenschaftliche und andere Fachsprachen bekommen in diesem Zusammenhang einen starken Werkzeugcharakter, um verschiedenste methodologische Vorgehensweisen und Denkstile in den einzelnen Disziplinen zu organisieren, zu systematisieren und zu integrieren. Ingenieurwissenschaftliches Ziel-Zweck-Mittel-Denken, naturwissenschaftlich orientierte analytische Strenge und Komplexitätsdenken gehen bei der Systemanalyse und -gestaltung von Informations- und Kommunikationstechnologien, flexiblen Automatisierungslösungen oder ökologischen Modellen tatsächlich eine neue Integrationsstufe ein. Untersuchungen des tatsächlichen Verlaufs der Wissenschaftsentwicklung in einzelnen Bereichen als auch Studien der Reflexionen darüber weisen immer stärker darauf hin, daß bei Beachtung aller Widersprüchlichkeiten in Erkenntnis- und Gestaltungszielen einzelner Disziplinen die wissenschaftliche Aufarbeitung und Synthese von Gesetzes- und Erfahrungswissen notwendig ist. Nur so kann eine *komplexe* Problemlösung erfolgen, die neben der (dem) in einem mathematischen Modell erfaßten idealtypischen Struktur (Prozeß) auch den objektivierten Erfahrungsvorrat über das Verhalten des Objektes (Prozesses) in singulären Zuständen, bei irregulären Randbedingungen erfaßt. Das ist in einer herkömmlichen disziplinären oder formalen Betrachtungsweise nicht mehr erfaßbar.

Um dieses neue Problemdenken zu stimulieren, wird verstärkt auch auf die notwendige „sprachliche Wende“, die Hinwendung zur sprachlichen Verbindung unterschiedlicher Stufen und Bereiche der an der Lebenswirklichkeit orientierten wissenschaftlichen Tätigkeit /23, S. 412/ bzw. die Entwicklung endnutzer- und applikationsgerechter Fachsprachen für die Mensch-Computer- bzw. Mensch-Computer-Mensch-Kommunikation verwiesen /vgl. 24/.

Für die mathematische Modellierung ergibt sich daraus ihre notwendige Verbindung mit komplexen Problemlösungen, mit Systemdenken und Simulation. Intuition, Assoziationen und Erfahrungen objektivierende Systeme künstlicher Intelligenz und mathematisches Modell müssen beide in der Theorie erfaßt werden. Als besonderer Eckpunkt erscheint uns aus methodologischer Sicht für die weitere Entwicklung das Verhältnis von Sprache [92] und mathematischer Modellierung (in der Einheit von Modellbildung und Modellnutzung).

4. Modellierung und Sprache[1]

War in der klassischen mathematischen Modellierung die Herstellung des Zusammenhangs von Modellziel und Modellsprache nicht so bedeutend, so zeigt sich diese Bedeutung vor

[1] Dieser Abschnitt wurde unter Benutzung von Materialien von V. Flemming geschrieben.

allem bei der Computersimulation. (Zur begrifflichen Bestimmung der Simulation vgl. /25/.) Allgemein wird sie als eine auf der Erarbeitung eines akzeptierten Simulationsmodells basierende Problemlösungsmethode angesehen.

Eine auch aus erkenntnistheoretischer Sicht interessante Untersetzung gibt Krug /26/:

„Unter Simulation bzw. Computersimulation ist das Verhaltensstudium mit Hilfe eines Computermodells zu verstehen, das durch wiederholte zielgerichtete Experimente (Simulationsexperimente), unter Ausnutzung der jeweils während des Experimentierens erhaltenen Informationen, interpretierbare Ergebnisse mit der Realität bzw. dem Original (Simulationsergebnisse) zum Ziel hat. Im Rahmen der Modellbildung dient die Simulation zunächst zur Modellvalidierung und danach als Problemlösungsmethode für die Analyse und Synthese von modellierten Prozessen und Systemen in Wissenschaft, Technik, Ökonomie, Ökologie und Gesellschaft.“

Die Trennung zwischen Modellbildung und Modellnutzung sowie Auswertung wird vor allem bei dialogorientierten Simulationssystemen realisiert, um modular nutzbare und realisierbare Softwarekomponenten zu erhalten.

Die Simulation dient dem Verhaltensstudium, d. h., das modellierte Original unterliegt dynamischen Veränderungen, die untersucht werden sollen. Entsprechend VDI-Richtlinie 3633 ist die Simulation die Nachbildung eines dynamischen Prozesses in einem Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind. Demzufolge muß das Modell zur Interpretation von Prozeßabläufen geeignet sein.

[93] Eine zweite Spezifik liegt in dem Bezug zu Computern. Das Modell wird auf einem Computer erzeugt, modifiziert und genutzt. Es handelt sich dabei um eine Menge von Algorithmen, die die Eigenschaften des Modells realisieren. Dort findet sich der Bezug zur mathematischen Modellierung wieder. Das Rechenmodell stellt in der Regel die numerische Realisierung eines mathematischen Modells dar.

Von Frank und Lorenz /27/ wird die Spezifik der Simulation innerhalb der mathematischen Modellierung durch die Art des verwendeten mathematischen Modells angegeben. „Digitale Simulation ist die Nachahmung von Verhaltensweisen eines dynamischen Systems auf der Grundlage eines algorithmischen Modells zum Zwecke der Analyse und Bewertung eines möglichen (projektierten) oder existierenden realen Systems.“ In /27/ werden mathematische Modelle in algorithmische und analytische Modelle unterschieden.

Ein mathematisches Modell eines Systems heißt ein analytisches Modell, wenn es die Zusammenhänge zwischen den Zustandsvariablen, Parametern, Anfangsbedingungen und Eingangsinformationen des Systems in Form analytischer (funktionaler) Ausdrücke (algebraische, Integral-, Differential- bzw. Differenzengleichungen) beschreibt.

Ein mathematisches Modell eines Systems heißt ein algorithmisches Modell, wenn es den originalen Prozeßverlauf in Form struktur- und zeitgerechter Wertveränderungen der einzelnen Zustandsvariablen – in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen, Parametern und Eingangsinformationen – mittels elementarer Operationen und Bedingungen in algorithmischer Verknüpfung widerspiegelt. Der Zusammenhang wird in Abbildung 1 verdeutlicht.

Mathematische Modelle

analytische Modelle *algorithmische Modelle*

analytisch lösbar numerisch lösbar statistisch lösbar

Abb. 1. Mathematische Modelle

[94] Bei Rajbman /28/ wird zwischen abstrakten und gegenständlichen Modellen unterschieden. Ein abstraktes Modell ist die Fixierung, Konstruktion und Beschreibung des Objektes in einer beliebigen Sprache. Beispiele sind die Zeichnung eines Erzeugnisses, das Schema der technologischen Bearbeitung, eine Differentialgleichung zweiter Ordnung u. a.

Gegenständliche Modelle sind z. B. Pilotanlagen, Konstruktionsmuster, aber auch Konstruktionen von speziellen Analog- und Digitalrechnern. In gleicher Weise wird bei Schmidt /29/ das Computermoll als gegenständliches Modell aufgefaßt, während das abstrakte Modell nur aus gedachten Objekten mit gedachten Attributen und einer gedachten Struktur besteht. Das abstrakte Modell stellt das Abbild des realen Systems im menschlichen Bewußtsein dar. Das Computermodell ist ein System, das mit dem ursprünglichen (realen) System in bezug auf die zu untersuchenden Größen das gleiche abstrakte Modell besitzt, jedoch leichter zu handhaben ist. In /28/ wird der Modellbildungsprozeß in mehrere Zwischenebenen gegliedert, um ihn transparenter zu gestalten und um durch definierte Schnittstellen unterschiedliche Zugänge zu schaffen. Ausgangspunkt ist das zu modellierende Objekt, als Realität bzw. Original mit vorgegebener Zielstellung. Unter Realität wird von Krug ein Original verstanden, „das in ein existierendes oder hypothetisches System abgebildet werden kann, das bezüglich einer bestimmten Zielstellung bzw. Aufgabenstellung auf einem Computer untersucht werden soll“ /26/. Dies bedeutet, daß das Original als Realität bereits unter einer bestimmten abstrakten Sicht (bekannte Modellvorstellungen) gesehen wird. Das Endergebnis des Modellbildungsprozesses ist ein nutzbares Computermodell.

In Abbildung 2 sind die Modellarten in ihren Beziehungen dargestellt.

Während die klassische mathematische Modellierung (nach Frank/Lorenz analytische Modellierung) besonders in der Physik und den mathematisch-technischen Wissenschaften Eingang gefunden hat, findet die mathematische Computermodellierung (algorithmische Modellierung) gegenwärtig Anwendung für die flexible Fertigung, bei Datenbanksystemen CAD, künstlicher Intelligenz und Expertensystemen. [95]

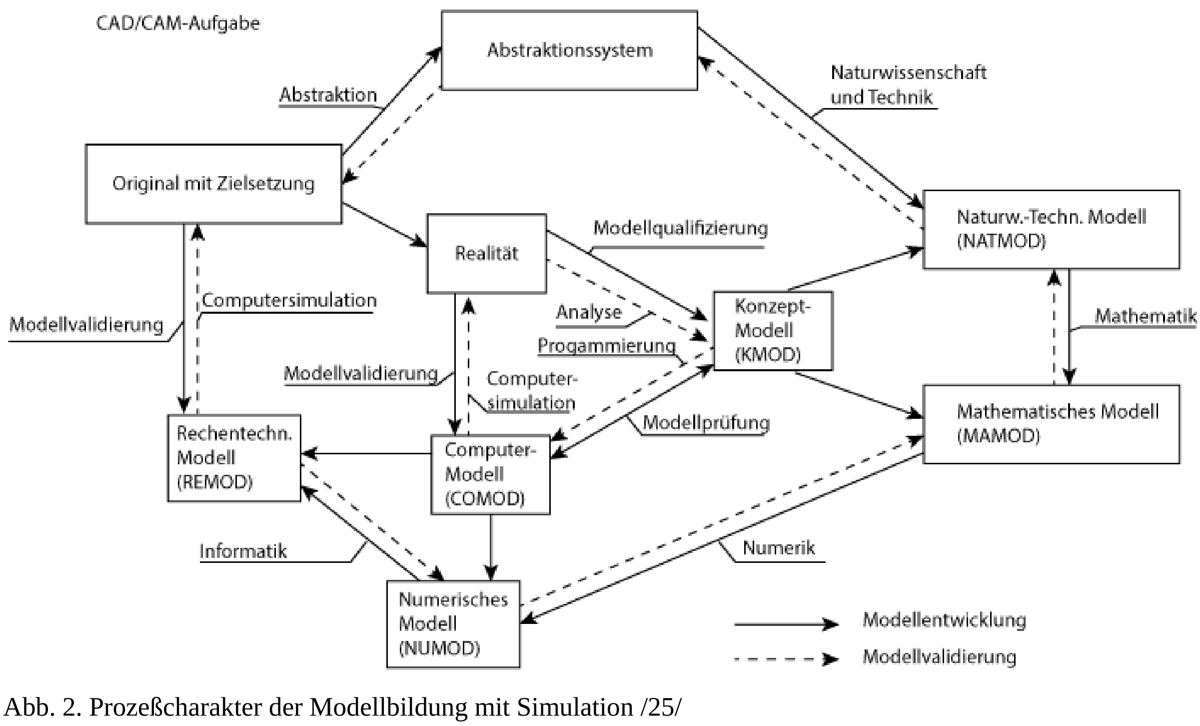

Abb. 2. Prozeßcharakter der Modellbildung mit Simulation /25/

[96] Die Unterscheidung in Modellbildung und Modellnutzung ist nicht nur aus der Sicht einer „Technologie der Modellbearbeitung“ von Interesse, sondern sie erlaubt auch eine ge-

nauere Hinterfragung nach erkenntnistheoretischen Grundlagen dieser wissenschaftlichen Arbeitsmethode. Aus methodologischer Sicht scheint es wichtig, darauf hinzuweisen, daß die Arbeit mit Modell nicht mit Modellbildung abgeschlossen ist.

Die Modellierung wird mit dem Ziel durchgeführt, ein nutzbares Computermodell zu erhalten. Der Nachweis der Nutzbarkeit wird durch den Vergleich des Modells mit der Realität erreicht. Dieser Prozeß wird als Modellvalidierung bezeichnet.

Nach Schmidt /29/ ist ein wesentlicher Schritt der Modellierung die Systemanalyse. Ziel der Systemanalyse ist es, die in der Realität vorliegenden oder zu gewinnenden Daten zu strukturieren und in ein abstraktes Modell zu überführen. Die Vorgehensweise ist in Abbildung 3 dargestellt.

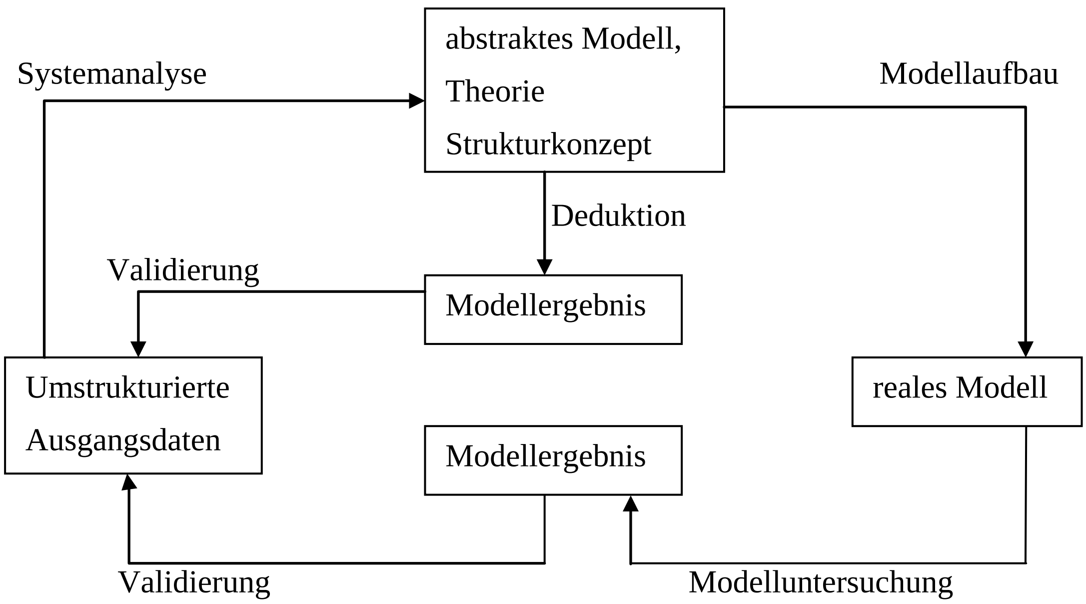

Abb. 3. Modellierung nach Schmidt /29/

Als wesentliche Schritte der Systemanalyse werden von ihm folgende genannt:

1. Abgrenzung des betrachteten Objektes gegen die Umwelt und Ersatzdarstellung von Einflüssen auf das System;

2. Bestimmung der Modellobjekte und deren Attribute durch Abstraktion und Idealisierung;

[97] 3. Definition der Modellstruktur, d. h. der Verbindungen und gegenseitigen Beeinflussung der Objekte.

Die für die Computermodellierung erforderliche Abstraktion führt in mehrfacher Hinsicht zu einer qualitativ neuen Ebene der Widerspiegelung der objektiven Realität und kann damit schon zu Erkenntnissen im Sinne der Aufgabe führen. Folgende Aspekte sind dabei zu nennen:

1. Die Abgrenzung zur Umwelt und die Ersatzdarstellung der Einflüsse von der Umwelt auf das System zeigt den Grad der Abgeschlossenheit des Systems auf und macht erkennbar, ob bestimmte Erscheinungen überhaupt innerhalb des Systems untersucht werden müssen. Beispielsweise wird eine Vielzahl der Störungen in der Montage durch die vorgelagerten Prozesse verursacht. Durch die notwendige Ersatzdarstellung werden die Einflüsse exakt aufgezeigt.

2. Für die Computermodellierung ist eine mathematisch exakte und für die entsprechende Abstraktionsebene vollständige Beschreibung aller abzubildenden Objekte, Prozesse, Bezie-

hungen und Funktionen erforderlich. Dies führt im allgemeinen zu einer höheren Qualität der aufzubereitenden Daten. So ist es z. B. bei der Simulation von stochastischen Prozessen erforderlich, daß die Art der statistischen Verteilung und die bestimmenden Parameter bekannt sind. Dies wiederum führt dazu, daß bestimmte Einflüsse, die untersucht werden sollen, durch das Überführen von qualitativen und quantitativen Größen wesentlich besser bewertbar sind. In bestimmten Fällen kann dies bis zu einer veränderten Problemstellung führen.

3. Gerade bei der Schaffung von System- und Prozeßmodellen kommt der Beschreibung von Ursache-Wirkung-Beziehungen eine große Bedeutung zu. Dabei ist es erforderlich, diese Beziehungen abstrakt zu beschreiben. Die Abstraktion führt zu einer vereinfachten Sicht auf komplexe Zusammenhänge und ist für die System- und Prozeßgestaltung oft ein wichtiges Erkenntnismittel.

4. Die Notwendigkeit der Erarbeitung von sprachlichen Werkzeugen für die Modellbildung ergibt sich aus dem Übergang zur massenhaften und arbeitsteiligen Modellbildung bei teilweiser [98] Automatisierung. Wesentliche Voraussetzung dafür ist die genauere Bestimmung dessen, was an der Modellierung algorithmisierbar und damit für die automatisierte Modellbildung nutzbar ist. Z. Z. werden solche Modelliersprachen z. B. schon in speziellen Gebieten der Konstruktion angewendet (GEKO).

5. Sprachliche Modellierungswerkzeuge müssen einerseits so gestaltet werden, daß sie möglichst schnell fachbezogen umgerüstet werden können. Andererseits soll der geistige und rechnerische Aufwand für die Erstellung von Modellierungssoftware möglichst gering gehalten werden. Deshalb wird auch nach sprachlichen Modellierungswerkzeugen gesucht, die möglichst breit eingesetzt werden können, also in gewisser Hinsicht domainenunabhängig sind. Ein Weg, solche sprachlichen Werkzeuge aus Quelltexten, Quellprogrammen und Standartlösungen automatisch zu generieren, ist die automatische Erzeugung von Fachsprachen für die Mensch-Computer-Kommunikation. Dazu sind aber Prinzipien der Sprachgestaltung weiter zu untersuchen, die den Zusammenhang von Modellierung und sprachlichen Werkzeugen der Modellierung noch genauer untersetzen.

Ziel der Modellnutzung ist es, bestimmte Eigenschaften des Modells zu erfassen und damit Erkenntnisse über das reale Objekt durch Analogieschluß abzuleiten.

Gegenwärtig sind drei grundsätzliche Nutzungsvarianten der Simulation aus der Sicht des Erkenntnisgewinns unterscheidbar.

a) Modellpräsentation

Dabei ist das Ziel, die Funktionsfähigkeit oder Nutzbarkeit eines Objektes, Systems oder Prozesses nachzuweisen oder die Funktion zu verdeutlichen. Charakteristische Anwendungsbeispiele sind

– die grafische Bewegungssimulation von Werkzeugen und Werkstücken entsprechend NC–Programmdaten,

– die Darbietung von alternativen IR–Bauformen, Maschinensystemen und Auslegungsvarianten bei Angebotsprojekten.

Die Modellpräsentation hat vor allem durch das gegenwärtige Entstehen leistungsfähiger 3-D-Grafiksysteme einen enormen Aufschwung erfahren. [99]

b) dialogorientierte Modellvariation

Ziel ist es, ein Modell durch Parametermodifikation so zu manipulieren, daß ein bestimmtes Modellziel erfüllt wird bzw. bestimmte Modellparameter im Sinne einer Zielfunktion beeinflußt werden. Dabei hängt die Wirkung der Parametermodifikation wesentlich von der intelligenten Rückwirkung durch den Nutzer ab. Der Benutzer bestimmt somit die Qualität der Ergebnisse aus der Simulation selbst, indem er die abgebildeten Zustände interpretiert, daraus Schlußfolgerungen zieht, Randbedingungen des Modells ändert und erneut einen Simulationslauf durchführt“. /30/Diese Nutzungsvariante hatte bisher die größte Verbreitung gefunden.

c) automatische Modellvariation

Ziel dieses Vorgehens ist es, sowohl den Prozeß der Parametermodifikation als auch den der Modellbewertung automatisiert ablaufen zu lassen. Dies ist nur für ausgewählte Beispiele möglich. Voraussetzungen sind eine begrenzte Anzahl von Experimentierparametern, die sich zudem leicht variieren lassen, und eine eindeutige Zielfunktion. So wurden die Einsteuerfolge von Fertigungsaufträgen automatisch variiert und das zugehörige Auslastungsverhalten analysiert. Ziel war es, obere und untere Grenzwerte für das Systemverhalten zu bestimmen. Angestrebtes Ziel ist es, Optimierungsprogramme so anzubieten, daß prinzipiell eine Kopplung zur Simulation möglich, ist.

Speziell für die Nutzungsvariante b) ist die Aufbereitung der Ergebnisparameter entscheidende Voraussetzung, um eine intelligente Rückwirkung zu ermöglichen. Ziel muß es sein, daß der Nutzer durch geeignete Darstellungen angeregt wird, erfolgversprechende Modellmodifikation zu erzeugen. Die Darstellungen müssen also die Lösung einfach bewertbar machen und Ursache-Wirkung-Beziehungen aufzeigen.

Quellen

/1/G. I. Ruzavin, Die Natur der mathematischen Erkenntnis, Berlin 1977.

/2/ W. Heitsch, Mathematik und Weltanschauung, Berlin 1976.

/3/ G. I. Ruzavin, Naučnaja teorija. Logiko – metodologičeskij analiz, Moskva 1978.

/4/ H. Hörz/M. E. Omel’janovskij (Hrsg.), Experiment – Modell –Theorie, Berlin 1982.

/5/ A. O. Aleksandrov, Matematika i dialektika, in: Sibirekij matematičeskij žurnal, Tom XI, No 2, 1970, S. 248 f.

/6/ S. Paul/G. Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung, Berlin 1986.

/7/ K. Schröter, Was ist eine mathematische Theorie? in: L. Kreiser/K. Berka, Logik-Texte, Berlin 1973, S. 368, 379.

/8/ H. Wendt, Natur und Technik – Theorie und Strategie, Berlin 1976.

/9/ U. Röseberg, Methode, in: Wörterbuch Philosophie und Naturwissenschaften, Berlin 1983, S. 596 f.

/10/ A. G. Dragalin, Matematičeskij intuicionizm, Moskva 1979.

/11/ N. N. Moiseev, Algoritmy razvitija, Moskva 1987.

/12/ A. Pester, Das wissenschaftliche Werk von E Trefftz und Entwicklungstendenzen der Wissenschaft (an der TH Dresden) 1920-1930 – ein historisch-methodologischer Abriß (unveröffentlicht).

/13/ N. J. Lehmann, Die analytische Maschine – Grundlagen einer Computer-Analytik, Berlin 1985.

/14/ Ch. Großmann, T. Riedrich, H. Schönheinz (Hrsg.), Numerical Analysis of Selected Semilinear Differential Equations, Berlin 1984.

/15/ S. Paul, Beziehungen zwischen verschiedenen Mathematisierungsformen, in: Aus dem Philosophischen Leben der DDR 23 (1987) 12, S. 20-25.

/16/ N. N. Moiseev, Čelovek-sreda-obščestvo, Moskva 1982.

/17/ G. Göttlicher, Mathematisierung und Einheit der naturwissenschaftlichen Erkenntnis (unter besonderer Berücksichtigung von Mathematisierungsprozessen in der Physik), Diss. B, Jena 1988.

/18/ M. Forster/H. Meyer/J. Wenzel, Philosophische Fragen der Mathematik und Naturwissenschaften in der Lehrerausbildung, in: Dresdner Reihe zur Lehre 3/'88.

/19/ H. Jungclaussen, Mathematik und Informatik – Versuch einer Abgrenzung, in: Mathematisierung – mathematische Modellierung – Wissenschaftsentwicklung, Dresdner Reihe zur Forschung 6/'88.

/20/ H. Gipper, Sprache als Information, in: Der Informationsbegriff in Technik und Wissenschaft, München/Wien 1986.

/21/ L. Hoffmann, Kommunikationsmittel Fachsprache, Berlin 1987.

/22/ E. Herlitzius, Wissenschaft – Humanismus – Selbstverwirklichung, in: 2. Podium „Kultur und Gesellschaft", Dresden 1987.

/23/ A. L. Luft, Der Problemansatz in der Informatik – Ein Beitrag zu einem systematischen Verständnis der Informatik, in: Angewandte Informatik 10/1986.

/24/ J. Loetzsch, Neue endnutzer- und applikationsgerechte Sprachgenerationen, in: Fachsprachen – Implementation und Applikation, Dresden 1988.

/25/ G. Schwarze, Allgemeine digitale Simulationssysteme – Sequentielle und pseudoparallele Berechnungen, Studie, ZfR-Information, Berlin (1980) 80.08.

/26/ W. Krug, Modellbildung, Simulation und Optimierung, Studientexte zur Weiterbildung in Informatik – CAD/CAM, Dresden 1987.

/27/M. Frank/P. Lorenz, Simulation diskreter Prozesse, Leipzig 1979.

/28/Vergl.: N. S. Rajbman/V. M. Čadeev, Identifikation – Modellierung industrieller Prozesse, Berlin 1980.

/29/ B. Schmidt, Systemanalyse und Modellaufbau – Grundlagen der Simulationstechnik, Berlin/Heidelberg/New York/Tokyo 1985.

/30/ O. W. Kaiser, Rechnergestützte Simulation, Zeitschrift für wirtschaftliche Fertigung 82 (1987) 6, S. 321-324.

/31/ H. Weyl, Topologie und Algebra als zwei Wege mathematischen Verständnisses, Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften 1932/Heft 38. [102]

Evelyn Dölling/Johannes Dölling
Logikentwicklung und Künstliche Intelligenz

Die Geburtsstunde der Künstlichen Intelligenz wird meist mit der Konferenz in Dartmouth 1956 angegeben. Mit dieser Konferenz wurde unter KI-Forschern und Praktikern auch eine kontroverse Debatte über die Rolle der Logik in der Künstlichen Intelligenz ausgelöst, die bis heute andauert. Die Auffassungen reichen von einer direkten Ablehnung der Logik bis hin zur Ansicht, Logik gehöre zu den Grundlagendisziplinen der Künstlichen Intelligenz.[1] Im

[1] Erstere Ansicht geht wesentlich von Auffassungen M. MINSKYs aus, während letztere an die Forschungen von J. McCARTHY anknüpft. Ein Überblick über diese Richtungen wird unter anderem gegeben in R. C. MOORE /1985/ und in D. ISRAEL /1987/.

vorliegenden Aufsatz geht es nicht in erster Linie darum, die Geschichte des Verhältnisses von Logik und Künstlicher Intelligenz darzustellen. Das Anliegen besteht vielmehr darin, zum Verständnis dessen beizutragen, was Logik ist und wo insbesondere philosophisch orientierte Logik einen produktiven Beitrag für Forschungen zur Künstlichen Intelligenz liefern kann.

Ein kurzer Blick auf die Geschichte der Logik in den letzten 100 Jahren soll verdeutlichen helfen, womit sich die Logik beschäftigt und welche wichtigen Ergebnisse sie in diesem Zeitraum erzielt hat. Dabei wird sichtbar werden, daß Entwicklungen der Logik nicht nur innertheoretisch stimuliert worden sind, sondern daß Anstöße dazu auch vielfach von außerhalb, von anderen Wissenschaften – darunter insbesondere auch von Forschungen zur Künstlichen Intelligenz – gekommen sind.

Eine der entscheidenden Grundlagen für die Entwicklung der modernen Logik hat FREGE mit seiner Begriffsschrift geschaffen.[2] Seitdem haben sich auf dem vor allem von Mathematikern und Philosophen intensiv bearbeiteten Forschungsgebiet drei Forschungsrichtungen herauskristallisiert: die mathematische Logik, die philosophische Logik und die logische Analyse der natürlichen Sprache, die als „linguistische Wende“ in der Logik bezeichnet wird.

Die Logik war seit ihrer Neubegründung durch FREGE vorwiegend an den Grundlagen der Mathematik orientiert. In dieser Hinsicht hat die mathematische Logik entscheidende Ergebnisse in vielen Bereichen erzielt. Als Beispiele seien hier die Modelltheorie, [103] die Mengenlehre, die Theorie rekursiver Funktionen und die Beweistheorie genannt.[3] Eingeschlossen in diese Entwicklung ist auch die Analyse philosophischer Probleme der mathematischen Logik, die besondere bei der Begründung der drei Richtungen im Grundlagenstreit der Mathematik – dem Logizismus, Formalismus und Intuitionismus (bzw. Konstruktivismus) – relevant sind.

Daneben hat in der mathematischen Logik aber immer auch die Frage nach der technischen Verwertbarkeit ihrer Ergebnisse eine wichtige Rolle gespielt. Dabei wendet sie sich im Zusammenhang mit der weiteren raschen Entwicklung von Wissenschaft und Technik vor allem Problemen zu, die den Entwurf von Programmiersprachen, die Benutzung von Computern, Fragen der Künstlichen Intelligenz und die automatische Sprachverarbeitung betreffen. Jedoch steht außer Zweifel, daß die Logik, darunter auch die mathematische Logik, ihre Systeme und Kategorien erweitern muß. So wird sie unter anderem durch ihre Anwendungen in den Forschungen zur Künstlichen Intelligenz herausgefordert, neue Ausdrucksmöglichkeiten, Logiksprachen und Formalismen bereitzustellen, die den Anforderungen einer immer differenzierteren Wissensrepräsentation einschließlich der Inferenzmechanismen gerecht werden. Diese Aufgabe steht gleichermaßen vor den anderen logischen Forschungsrichtungen. Darauf wird noch zurückzukommen sein.

Neben der Orientierung der Logik an der Mathematik gab es aber auch frühzeitig Bestrebungen, die Logik auf Probleme der Wissenschaftsmethodologie und der Philosophie anzuwenden. Eine entscheidende Voraussetzung für logische Untersuchungen in dieser Richtung bildeten die von B. RUSSELL und A. N. WHITEHEAD verfaßten „Principia mathemetica“.[4] Die Mittel und Methoden der Logik benutzte man nun auch dazu, philosophische Schwierigkeiten in Grundlagenfragen der Einzelwissenschaften überwinden zu helfen und einzelne Wissenschaftsgebiete teilweise zu formalisieren. Auch Wahrheits- und Bedeutungsprobleme

[2] Vgl. G. GREGE /1879/.
[3] Ein Überblick über den Stand in diesem Bereich der logischen Forschung wird gegeben in J. BARWISE /1977/.
[4] Vgl. B. RUSSELL, A. N. WHITEHEAD /1910-1913/.

– die eng mit philosophischen Fragen verbunden sind – erfuhren eine präzisere Behandlung. Das Anwendungsgebiet der Logik wurde somit wesentlich erweitert und gleichzeitig der logische Apparat selbst weiterentwickelt. Um beispielsweise empirische Gesetzesaussagen logisch darstellen zu können, ergänzte man die Theorie der logi-[104]schen Folgebeziehung durch eine Theorie der physischen Folgebeziehung. Diese Entwicklungen vollzogen sich zunächst weitgehend im Rahmen der klassischen mathematischen Logik.

Mit dem wachsenden und bereits durch RUSSELL signalisierten Interesse an der logischen Analyse philosophischer und einzelwissenschaftlicher Termini (z. B. notwendig, möglich, zufällig, wissen, glauben, meinen, existieren, Ursache, Wirkung, Raum, Zeit, Bewegung) war es jedoch erforderlich geworden, die klassische Logik durch die Bereitstellung ausdrucksreicherer Logiksprachen zu modifizieren. Mit der Entwicklung nichtklassischer Logiken, wie der Modallogik, der mehrwertigen und epistemischen Logik, der Kausal-, Zeit- und Existenzlogik und der deontischen Logik – und damit der Etablierung der philosophischen Logik[5] – nahm man diese Aufgabe mit Erfolg in Angriff. Allgemein anerkannt ist heute, daß diese Entwicklung der Logik entscheidend zur Präzisierung der philosophischen und einzelwissenschaftlichen Terminologie beiträgt.

Immer offensichtlicher wurden in den beiden letzten Jahrzehnten die Bestrebungen der philosophischen Logik, ihren Analysebereich ständig zu erweitern. Als ein Beispiel dafür sei die logische Analyse von Perzeptionsausdrücken (z. B. wahrnehmen, sehen, hören, fühlen, u. a.) genannt, die unmittelbar philosophische Relevanz besitzen.

Darüber hinaus ist in den letzten Jahren vor allem zu verzeichnen, daß die jeweiligen logischen Systeme nicht mehr im wesentlichen nur syntaktisch aufgebaut werden, sondern daß zur befriedigenderen Lösung bestimmter Probleme verschiedene Semantiken entwickelt worden sind.

So sehr die philosophische und mathematische Logik einerseits ihren spezifischen Interessen gemäß logische Systeme entwickeln, so verfolgen sie jedoch andererseits auf bestimmten Gebieten auch gemeinsame Forschungsanliegen. Dies betrifft besonders die weitere Entwicklung der logischen Semantik. Obwohl es bereits seit dem Entstehen der mathematischen Logik wichtige semantische Überlegungen gibt, hat sich die logische Semantik als relativ selbständiger Bereich der Logik (und als Pendant zur logischen Syntax) erst mit den Untersuchungen A.TARSKIs zum Wahrheitsbegriff in formalen Sprachen herausge-[105]bildet.[6] Als Standardprinzip in der logischen Semantik gilt heute im allgemeinen die modelltheoretische Semantik. Der Grundgedanke dabei ist, jedem wohlgeformten Ausdruck einer zunächst syntaktisch bestimmten Sprache unter Verwendung von semantischen Regeln (darunter von Wahrheitsbedingungen für Formeln) einen semantischen Wert bezüglich eines Modells zuzuweisen. Ein relativ junger Zweig der modell-theoretischen Semantik ist die intensionale Semantik. Quelle für die Entwicklung der intensionalen Semantik waren Versuche, die Methoden der modelltheoretischen Semantik auf Sprachen mit Modaloperatoren auszudehnen. Dies wurde erstmals konsequent mit den Arbeiten von S. KRIPKE und J. HINTIKKA unter Verwendung des Begriffs möglicher Welten realisiert (Mögliche-Welten-Semantik). Grundidee ist dabei, jedem Ausdruck mehrere Interpretationen zu geben, eine für jede „mögliche Welt“.

Mit den oben charakterisierten Ergebnissen sowohl der mathematischen wie insbesondere auch der philosophischen Logik wurden adäquatere Beschreibungsmittel für wissenschaftli-

---

[5] Ein Überblick über den Stand der logischen Forschungen auf diesem Gebiet wird gegeben in: D. GABBAY, F. GUENTHNER /1983, 1984, 1985, 1987/. Vgl. u. auch H. WESSEL /1984/, L. KREISER, S. GOTTWALD, W. STELZNER /1988/, E. DÖLLING /1987/.

[6] Vgl. A. TARSKI /1983/.

che Zwecke geliefert. In diesem Zusammenhang hat man sich aber lange Zeit kaum systematischer für die Eigenschaften einer natürlichen Sprache interessiert. Ebensowenig gilt heute schon den meisten Logikern die Frage als wirklich relevant, wie sich logische Untersuchungen in die Bemühungen einordnen, menschliche Erkenntnis, d. h. Denken und andere geistige Fähigkeiten, zu erklären. Dennoch kann auch hier in den letzten Jahren eine differenziertere Vorgehensweise beobachtet werden. Einer der ersten, die für eine breite Nutzung der Logik in der Analyse von natürlichen Sprachen plädierten, war H. REICHENBACH.[7] In seiner Symbolic Logic (1947) hat er erstmals in systematischer Weise die logische Analyse natürlich-sprachlicher Phänomene als einen wichtigen Gegenstand der Logik konstituiert und somit das Untersuchungsfeld der Logik wesentlich erweitert. Sprachphilosophen und Logiker konnten sich zunächst mit diesem Vorgehen nicht so recht anfreunden und standen ihm eher skeptisch gegenüber. Jedoch zeigte sich ab etwa 1970, daß Logiker, Sprachphilosophen und Linguisten gemeinsam die REICHENBACHsche Orientierung aufgriffen, um Logiksprachen als adäquatere Beschreibungsmittel der natürlichen Sprache zu liefern. Diese Tendenz hat mit in-[106]zwischen beachtlichen Ergebnissen zur „linguistischen Wende“ in der Logik geführt.

Mindestens zwei entscheidende Bestrebungen bei der Analyse der natürlichen Sprache sind als wichtige Konstituenten für diese Entwicklung zu markieren. Erstens hat es sich in der Linguistik seit Anfang 1970 als notwendig erwiesen, die linguistische Semantik als einen Bereich der theoretischen Sprachwissenschaft zu konstituieren, dessen grundlegendes Ziel eine allgemeine Charakterisierung semantischer Eigenschaften der natürlichen Sprache ist. Ergebnis der linguistischen Forschung in dieser Hinsicht sind u. a. die auf der Basis der generativen Transformationsgrammatik entstandenen Theorien der interpretativen bzw. der generativen Semantik, die sich in großem Umfang logischer Beschreibungsmittel bedienen.

Zweitens – und das ist von grundsätzlicher Bedeutung – wurde die linguistische Wende durch die Entwicklung der formalen (oder logischen) Semantik natürlicher Sprachen etabliert. Den Ausgangspunkt für die Ausarbeitung der formalen Semantik bildete die Annahme von Sprachphilosophen wie G. HARMAN und D. DAVIDSON und von philosophischen Logikern wie R. MONTAGUE und J. HINTIKKA, daß es keinen wesentlichen theoretischen Unterschied zwischen den natürlichen Sprachen und den durch Logiker konstruierten formalen Sprachen gebe. Die von MONTAGUE[8] entwickelte Theorie, die auch heute noch als paradigmatisch für die formale Semantik der natürlichen Sprache gilt, bedient sich eines abstrakt algebraisch-logischen Rahmens, in den natürliche und formale Sprache gleichermaßen eingebettet werden können. Die zunächst syntaktisch charakterisierten natürlich-sprachlichen Sätze werden entweder direkt oder aber indirekt nach ihrer Übersetzung in die Sprache einer intensionalen Typenlogik interpretiert. Dabei wird jedem Satz als Bedeutung eine Intension zugeordnet. Die letztere ist im Sinne CARNAPs eine Funktion, gemäß der dieser Satz in Abhängigkeit vom Kontext, in dem er geäußert wird, und vom der möglichen Welt (bzw. dem möglichen Weltzustand), auf die (bzw. auf den) er sich bezieht, einen Wahrheitswert als Extension erhält.

In semantische Untersuchungen der natürlichen Sprache wurden auch pragmatische Fragen einbezogen, wie die nach der Kontext-[107]abhängigkeit der Bedeutung sprachlicher Äußerungen. Zu diesem Zweck haben Logiker und Philosophen wie Y. BAR-HILLEL, R. MONTAGUE, D. SCOTT, J. HINTIKKA, R. STALNAKER und D. KAPLAN spezielle intensionale Logiken entwickelt.

Ausgehend von den bisher in der Semantik erreichten Ergebnissen, aber auch durch ausdrückliche Modifizierung dieser, gibt es in jüngster Zeit verstärkte Bemühungen um eine adäquatere Untersuchung der Bedeutungsproblematik in natürlichen Sprachen. Hier sind drei

[7] Vgl. H. REICHENBACH /1947/.
[8] Vgl. R. MONTAGUE /1974/.

Untersuchungsrichtungen dominierend: die Theorie generalisierter Quantoren, die Diskursrepräsentationstheorie und die Situationssemantik.[9] Obwohl auch sie in einem gewissen Sinne ihren Ausgang bei MONTAGUEs Überlegungen nehmen, sind die ihnen zugrundeliegenden Konzeptionen in der angegebenen Reihenfolge durch eine wachsende Distanz zu diesen Systemen gekennzeichnet. Vor allem ist dabei auch folgendes charakteristisch: Während in der MONTAGUE-Semantik im wesentlichen die Standardlogik zusätzlich einiger Erweiterungen als Analysemittel herangezogen wird, werden jetzt grundsätzlich andere logische Darstellungsweisen entwickelt.

Neben anderem ist den Vertretern der Diskursrepräsentationstheorie und der Situationssemantik an der bisherigen Praxis suspekt, daß die Bedeutung eines natürlich-sprachlichen Satzes auf dessen Wahrheitsbedingungen, d. h. auf die Bedingungen, unter denen er bezüglich eines Modells wahr ist, reduziert werden kann, wie dies innerhalb der modelltheoretischen Semantik TARSKIscher Prägung vorausgesetzt wird. Sie fragen deshalb: Hat ein Satz nicht auch einen bestimmten Informationsgehalt, der in der Kommunikation übermittelt und verarbeitet wird? Muß nicht deshalb die Semantik sowohl eine Theorie der Wahrheitsbedingungen als auch eine Theorie des Informationsgehalts sein? Aus den bejahenden Antworten auf diese Fragen zieht jede der genannten Richtungen ihre speziellen Konsequenzen für den Theorieaufbau. Beide haben dabei enge Beziehungen zu den Forschungen in der Informatik und der Computerlinguistik, was sich auch in Anstrengungen niederschlägt, entsprechende Ergebnisse in Programmiersprachen zu implementieren.

Mit der charakterisierten „linguistischen Wende“ in der Logik ist es aber offensichtlich nicht einfach getan. Es stellt sich [108] vielmehr auch die Frage: Welches Verhältnis haben eigentlich die als Bedeutungen gekennzeichneten Phänomene zu jenen internen Prozessen und Zuständen, für die sich Psychologie und andere verwandte Disziplinen interessieren? Dabei muß man in diesem Kontext berücksichtigen, daß in der Linguistik ebenfalls eine grundlegende „Wende“ stattgefunden hat: eine „kognitive Wende“[10]. Zu berücksichtigen ist aber gleichzeitig auch, daß ein interdisziplinäres Forschungsgebiet entstanden ist, das unter der Bezeichnung „Kognitive Wissenschaft“ gegenwärtig wachsende Aufmerksamkeit erhält.[11] Die Quellen für diese Disziplin liegen vor allem in der Entwicklung der kognitiven Linguistik und der kognitiven Psychologie seit Beginn der 60er Jahre. So setzte sich in der generativen Grammatik eine völlig neue Konzeption linguistischer Untersuchungen durch. Im Unterschied zum Strukturalismus BLOOMFIELDs, wo die Erforschung der Sprache im wesentlichen auf die Beschreibung der beim Sprechen produzierten physischen Laute konzentriert war, wurde nun das Ziel formuliert, die menschliche Sprachfähigkeit theoretisch zu erklären. Zur Realisierung dieser Aufgabenstellung erwies es sich dabei als erforderlich, auch jene – bisher einfach geleugneten oder beiseite geschobenen – mentalen Mechanismen, Zustände und Prozesse zu untersuchen, die dem aktualen Sprechen und Verstehen sowie dem Erwerb einer Sprache zugrundeliegen. Parallel dazu und unter Einfluß dieser Orientierung veränderte sich auch die Forschungsrichtung in der Psychologie. Hier wurde der bisher dominante Behaviorismus zunehmend zurückgedrängt. In den Vordergrund trat jetzt die Erkenntnis, daß generell intelligentes Verhalten nur durch den Rückgriff auf mentale Grundlagen erklärt werden kann. Flankiert wurden entsprechende Bemühungen schließlich dadurch, daß Neurologen begannen, die Bindung von mentalen an gehirnphysiologische Gegebenheiten aufzudecken. Andererseits hatte sich inzwischen innerhalb der Computerwissenschaft ein Zweig entwickelt, der

---

[9] Siehe z. B. P. GÄRDENFORS /1987/, J. GROENDIJK, M. STOKHOF /1987/, J. BARWISE, J. PERRY /1983/.

[10] Vgl. J. DÖLLING /1987/.

[11] Siehe ausführlicher dazu H. L. DREYFUS /1982/. Z. W. PYLYSHYN /1984/, E. DÖLLING /1987/. J. DÖLLING /1987/.

es sich zur Aufgabe machte, technische informationelle Systeme zu entwerfen, die in ihren Leistungen der menschlichen Intelligenz zumindest ebenbürtig sind. Die Forschungen zur Künstlichen Intelligenz sind dabei u. a. auf Realisierungen in den Gebieten des Wissenserwerbs und der Wissensverarbeitung, des Problemlösens, der Wahrnehmung sowie des Verstehens von na-[109]türlichen Sprachen gerichtet.

Es liegt auf der Hand, daß beide Forschungsstränge einander tangieren und sich gegenseitig befruchten können. Zum einen ist es für die Vertreter der Künstlichen Intelligenz möglich, Ergebnisse von Untersuchungen mentaler Prozesse und Zustände technisch zu verwerten; zum anderen aber kann auf die Methoden und Denkweisen der Computerwissenschaft in eben diesen Untersuchungen zurückgegriffen werden, um einer Erklärung des menschlichen Geistes näher zu kommen. Diese Anstrengungen sind in der kognitiven Wissenschaft zusammengefaßt, die Probleme der Erkenntnis und anderer psychischer Phänomene unter dem Gesichtspunkt der Informationsverarbeitung bestimmt. Eine generelle Voraussetzung ist dabei, daß man mentale Prozesse letztlich als formale Berechnungen (computations) von Repräsentationen verstehen kann, die durch Systeme des Gehirns vollzogen werden.

Bisher ist das betrachtete Wissenschaftsgebiet noch nicht endgültig konturiert; Grundannahmen und Fragestellungen sind wahrscheinlich in der Zukunft näher zu präzisieren. So gibt es auch verstärkte Bemühungen, an philosophische Traditionen anzuknüpfen, wie sie mit Arbeiten von F. BRENTANO[12] und seinen Schülern, vor allem E. HUSSERL, gegeben sind.[13] Man kann dabei bezweifeln, daß eine Reduktion kognitiver Leistungen auf bloße Berechnungen oder überhaupt eine auch nur annähernde Gleichsetzung von menschlicher mit maschineller Informationsverarbeitung berechtigt ist.[14] Eines dürfte jedoch über jeglichen Zweifel erhaben sein: die beträchtlich theoretische Ausstrahlung, die diese Orientierung auf weite Untersuchungsbereiche hat. Und davon werden nicht zuletzt auch Semantik und Logik berührt.

Ergebnisse der Logik haben von Anfang an wesentliche Grundlagen für die Entwicklung der Computerwissenschaft geliefert; das gilt für das Hardware-, vor allem aber für das Software-Gebiet. Eine besondere Rolle spielen – wie bereits bemerkt – logische Untersuchungen in den Forschungen zur Künstlichen Intelligenz.[15] So hat sich im Zusammenhang mit den Arbeiten an der 5. Computergeneration gezeigt, daß die deskriptive Programmiersprache PROLOG (eine Abkürzung für: PROgramming in LOGic) gegenüber mehr algorithmisch orientierten Sprachen bestimmte Vorzüge besitzt.[16] Auf Erkenntnisse der Logik greift man jedoch gleich-[110]falls bei Modellen zur Wissensrepräsentation, zum „gewöhnlichen“ (nicht-monotonen oder plausiblen) Schließen sowie zum Spracherzeugen und -verstehen zurück, die in Kooperation mit Psychologen und Psycholinguisten aufgebaut werden.[17]

In den Mittelpunkt gerückt werden dabei insbesondere zunehmend Fragen der Wissensrepräsentation. Ziel einer Wissensrepräsentation ist es letztlich, nicht nur Wissen einfach darzustellen, sondern Informationen weiterzugeben, auszutauschen und weiterzuverarbeiten.[18] Grundlage der Möglichkeit der Kommunikation ist ein sprachlicher Rahmen, wo zugelassene sprachliche Konstrukte definiert sind und diesen eine Bedeutung zugeordnet ist. Charakteristisch für die sprachlichen Konstrukte ist zunächst, daß es von ihnen in der Regel unendlich

[12] Siehe F. BRENTANO /1894/.
[13] Vgl. z. B. H. L.. DREYFUS /1982/.
[14] Siehe diesbezüglich die prononcierte Kritik in: J. R. SEARLE /1984/. Vgl. auch H. LIEBSCHER /1987/.
[15] Siehe z. B. W. B. GEVARTER /1985/.
[16] Siehe F. CLOCKSIN, C. S. MELLISH /1981/; vgl. auch B. J. DAHN /1987/ und U. GESKE /1989/.
[17] Siehe z. B. F. KLIX, H. HAGENDORF /1986/; N. NAGAE /1987/.
[18] Vgl. M. M. RICHTER /1988/.

viele gibt. Sie können durch einen Aufzählungsmechanismus dynamisch erzeugt werden. Dies ist eine rein syntaktische Frage. Für die Logik interessant sind aber nur diejenigen Situationen, in denen auch die „inhaltliche Bedeutung“ formal analysiert werden kann. Für die Anwendungen im Bereich der Wissensrepräsentation und der Künstlichen Intelligenz überhaupt sind vor allem solche Modellvorstellungen von Interesse, die ein sinnvolles Abbild realer Situationen darstellen. „Abhängig von den intendierten Situationen können die Modellvorstellungen aber beliebig komplex sein. Man möchte u. U. Informationen über (mehr oder weniger) wahre oder falsche Sachverhalte vermitteln, Hypothesen aufstellen, welche diesen oder jenen Kriterien genügen, notwendige oder mögliche Sachverhalte beschreiben, Wünsche äußern, Befehle erteilen oder Fragen stellen. Solche semantischen Vorstellungen geben Anlaß zur Definition von Klassen syntaktischer Objekte. Die algorithmische Beschreibung solcher Objektklassen kann sehr schwierig oder gar unmöglich sein. Jedenfalls stellt sie einen Großteil der Tätigkeit des Logikers dar und für die Wissensrepräsentation ist sie ganz grundlegend.“[19]

Unterschiedliche Zweige der Logik haben bisher ihre Nützlichkeit hinsichtlich dieser Überlegungen für die Künstliche Intelligenz unter Beweis gestellt. Dazu gehören u. a. insbesondere die Prädikatenlogik erster und höherer Stufe, die epistemische und intuitionistische Logik. Relevanz-, Modal- und Zeitlogiken, die deontische Logik, die induktive und nichtmonotone [111] Logik sowie die Logik von Befehlen und Fragen.[20]

Im Zusammenhang mit den Orientierungen der Kognitiven Wissenschaft und damit auch der KI-Forschung tritt zunehmend ein weiterer Problemkreis ins Blickfeld der Logik. Es handelt sich hierbei um Probleme, die durch folgende Fragen umschrieben werden können: Welche logischen Strukturen kommen dem „alltäglichen“ Wissen, d. h. jenem Wissen zu, bei dem die Menschen Informationen über die sie unmittelbar umgebende natürliche und soziale Welt konzeptualisieren? Welche logischen Eigenschaften haben diese Strukturen und die in ihnen vorkommenden Einheiten? Welche logischen Beziehungen bilden die Grundlage für jene intuitiv akzeptierten Regeln, nach denen „alltäglich“ geschlossen wird? Welche formalen Beziehungen gibt es zwischen unterschiedlichen Gegenstandstypen, auf die unser nicht nur wissenschaftliches, sondern auch unser „alltägliches“ Denken gerichtet ist?

Durch welche Eigenschaften werden die entsprechenden Gegenstände charakterisiert?[21] Indem die Logik sich diesen Problemstellungen systematischer widmet, sich also stärker mit logischen Aspekten des gewöhnlichen Denkens und Sprechens befaßt, kommt sie zugleich bestimmten Bedürfnissen in der Linguistik, in der Psychologie und in den Forschungen zur Künstlichen Intelligenz entgegen.[22]

Literatur

BARWISE. J. (Hrsg.) (1977), Handbook of Mathematical Logic. Amsterdam.

BARWISE, J., J. PERRV, (1983) Situations and Attitudes. Cambridge (Mass.)

BRENTANO, F. (1894), Psychologie vom empirischen Standpunkt. Leipzig.

DAHN, B. J. (1987), Programmieren mit Logik: PROLOG. In: Wissenschaft und Fortschritt 37 (1987) 9.

[19] M. M. RICHTER /1988/, S. 17.
[20] Siehe ausführlich dazu M. M. RICHTER /1988/; vgl. auch R. C. MOORE /1985/.
[21] Untersuchungen in dieser Richtung werden unter der Bezeichnung „Formale Ontologie“ vorgestellt. Vgl. dazu u. a. B. SMITH /1982/, B. SMITH, K. MULLIGAN /1983/. J. WOLEŃSKI /1986/, P. SIMONS /1987/, E. DÖLLING /1987/, J. DÖLLING /Manuskript/.
[22] Siehe J. R. HOBBS, R. C. MOORE /1984/.

DÖLLING, E. (Hrsg.) (1987), Logik in der Semantik – Semantik in der Logik. Berlin.

DÖLLING, E. (1987), Formale Ontologie und Existenzlogik. In: dsb. (1987), Logik in der Semantik – Semantik in der Logik. Berlin.

DÖLLING, E., J. DÖLLING (1988), Logik, natürliche Sprache und Kognition. In: DZfPh 11 (1988).

DÖLLING, J. (1987), Philosophisch relevante Probleme der kognitiven Linguistik. In: DZfPh 35 (1987) 8.

DÖLLING, J. (Manuskript), Was Namen benennen – oder: Mereologische Rätsel bei Wittgenstein.

DREYFUS, H. L. (Hrsg.) (1982), Husserl, Intentionality, and Cognitive Science. Cambridge (Mass.).

FODOR, J. A. (1981), Representations: Philosophical Essays on the Foundations of Cognitive Science. Cambridge (Mass.).

FREGE, G. (1879)., Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle.

GABBAY, D., F. GUENTHNER (Hrsg.) (1983, 1984, 1985, 1987), Handbook of Philosophical Logic. Bd. 1-4. Dordrecht.

GÄRDENFORS, P. (1987), Generalized Quantifiers: Linguistic and Logicel Approaches. Dordrecht.

GESKE, U. (1989), Programmieren mit PROLOG. Berlin.

GEVARTER, B.W. B. (1985), Intelligent Machines: In Introductionary Perspective of Artificial Intelligence and Robotics, Englewood Chiffs.

GROENDIJK, I., M. STOKHOFF (Hrsg.) (1987), Studies in Discourse Representations Theory and the Theory of Generalized Quantifiers. Dordrecht.

HOBBS, J. R., R. C. MOORE (Hrsg.) (1985), Formal Theories of the Commonsense World. Norwood.

ISRAEL, D. (forthcoming) (1987), Some Remarks on the Place of Logic in Knowledge Representation. In: Report of the Center for the Study of Language in Information.

KLIX, F., H. HAGENDORF (Hrsg.) (1986). Human Memory and Cognitive Capabilities. Mechanisms and Performances. Amsterdam.

KREISER, L., S. GOTTWALD, W. STELZNER (Hrsg.) (1988), Nichtklassische Logik. Berlin.

LIEBSCHER, H. (1987), Ist Künstliche Intelligenz möglich? In: DZfPh 35 (1987) 1.

MONTAGUE, R. (1974), Formal Philosophy. Selected Papers of Richard Montague. Edited and with an Introduction by R. H. THOMASON. New Haven – London.

MOORE, R. C. (1985), The Role of Logic in Artificial Intelligence. In: Report of the Center for the Study of Language in Information 33 (1985).

MOORE, R. C. (1985). A Formal Theory of Knowledge and Action. In: J. R. HOBBS, R. C. MOORE (1985), Formal Theories of the Commonsense World. Norwood.

NAGAE, M. (1987), Language and Artificial Intelligence. Amsterdam.

PYLYSHVIN, Z. W. (1984), Computation and Cognition. Toward a Foundation for Cognitive Science. Cambridge (Mass.).

REICHENBACH, H. (1947). Symbolic Logic. New York.

RICHTER, M. M. (1988). Künstliche Intelligenz und Logik. In: G. Rahmstorf (Hrsg.) (1988). Wissensrepräsentation in Expertensystemen. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg. New York, London, Paris, Tokyo.

SEARLE, J. R. (1984), Mind, Brain and Science. Cambridge.

SIMONS, P. (1987), Parts. A study in Ontology. Oxford.

SMITH, B. (Hrsg.) (1982). Parts and Moments. Studios in Logic and Formal Ontology. Philosophie, München/Wien.

SMITH, B., K. MULLIGAN (1983), Framework of Formal Ontology. In: Topoi 2 (1983).

TARSKI, A. (1983), Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. In: K. BERKA, L. KREISER, Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik. Berlin.

WESSEL, H. (1984), Logik. Berlin.

WHITEHEAD, A. N., B. RUSSELL (1910-2013), Principia Mathematica. Bde.: I-III. Cambridge.

WOLEŃSKI, J. (1986). Reism and Leśnieweki's Ontology. In: History and Philosophy of Logic. 7 (1986). [115]

Nina Hager
Mathematisierung in der naturwissenschaftlichen Erkenntnis: Modellierung und Mathematisierung

In der Geschichte der Wissenschaften läßt sich nachweisen, daß mathematische Erkenntnisse bereits sehr früh zur Untersuchung und theoretischen Erfassung natürlicher Zusammenhänge genutzt wurden. So sei nur an jene Versuche erinnert, die Pythagoras bzw. seine Schüler unternahmen, um den Zusammenhang zwischen gesetzmäßigen Beziehungen der Welt und zahlenmäßigen Verhältnissen herzustellen, auch wenn damit noch eine bestimmte Zahlenmystik verbunden wurde.[1]

Die Anwendung erkannter mathematischer Zusammenhänge in der Statik, bei der Untersuchung von Saitenschwingungen oder in der astronomischen Beobachtung und Theorie sowie in anderen Bereichen führte, trotz aller Einschränkungen, die man bezüglich des damals erreichten Entwicklungstandes treffen müßte, zu einer Weiterentwicklung der entsprechenden Wissensgebiete. Jedoch war der Weg bis zu mathematisierten Theorien im heutigen Verständnis (eine solche Theorie lag mit der klassischen Newtonschen Mechanik erstmals vor) noch weit. Heute ist durch die Anwendung moderner Rechentechnik ein solches methodisches Vorgehen bei der Nutzung mathematischer Erkenntnisse möglich, das zu einer höheren Qualität von Mathematisierungsprozessen führt. Das betrifft nicht mehr nur Naturwissenschaften wie die Physik und bezieht sowohl theoretische Entwicklungen als auch experimentelle Grundlegungen ein (z. B. für die vorausgehende Modellierung von Experimenten mit Hilfe der Computersimulation, um abzuschätzen, ob sie in Hinblick auf ökonomische oder

[1] Vgl. U. Röseberg. Philosophie und Physik, Leipzig 1982, S. 25 f.; vgl. I. D. Rožanskij, Geschichte der antiken Wissenschaft, München/Zürich 1984 sowie: Geschichte des wissenschaftlichen Denkens im Altertum. Ltr. des Autorenkollektivs F. Jürss, Berlin 1982. S. 183 ff.

Zeitparameter sinnvoll sind bzw. um sie effektiver vorzubereiten und auszuwerten u. ä.) und die praktische Nutzung wissenschaftlicher Erkenntnisse.

Im Vordergrund der folgenden Ausführungen werden jedoch weder historische Betrachtungen noch die Spezifik der zuletzt genannten Prozesse stehen. In erster Linie geht es darum, die Beziehungen zwischen der Anwendung mathematischer Methoden entsprechend der Spezifik der entsprechenden naturwissenschaftlichen Disziplin und der Entwicklung ihres methodischen Arsenals auf-[116]zudecken. Das heißt, spezielle Beziehungen im System wissenschaftlicher Methoden[2] sind zu analysieren. Daher wird nicht der Sprachaspekt im Vordergrund stehen und die Betrachtung der Mathematik als Sprache, die auch für andere Wissenschaften nutzbar ist, wobei berücksichtigt wird, daß die Sprache, mit der ein wissenschaftliches Problem erfaßt wird, ihre Besonderheiten besitzt, Elemente der allgemeinen Wissenschaftssprache (darunter möglicherweise auch aus der Mathematik) enthält, sondern die Wechselbeziehung wissenschaftlicher Methoden. Speziell werden Aspekte der *Modellierung* als Prozeß der Anwendung der Modellmethode zum Erreichen der jeweils angestrebten Ziele bei der wissenschaftlichen Untersuchung objektiv-realer Objekte und Prozesse, ihrer Eigenschaften und Beziehungen, die die Modellbildung und -nutzung umfaßt, im Zusammenhang mit Formen der *Mathematisierung* betrachtet. Dabei ist aus philosophischer Sicht von besonderem Interesse, welche Beziehungen zwischen den idealisierten Objekten der mathematisierten naturwissenschaftlichen Theorie und der Wirklichkeit bzw. den theoretischen Größen und den experimentell ermittelten Größen (das Experiment wird als objektiver Analysator und „Organisator“ der Wirklichkeit verstanden, was nicht ausschließt, daß subjektive Momente in die Vorbereitung, konkrete Ausführung und Auswertung durch die Experimentatoren eingebracht werden[3]) existieren und die durch die Modellierung entstehen bzw. vermittelt werden. Bei der Analyse dieser Beziehungen werden im dritten Punkt speziell physikalische Theorien betrachtet.

1. Naturwissenschaftliche Methoden und Modellierung

Die Modellmethode stellt eine Gesamtheit von Regeln, Vorschriften dar, mittels derer der Mensch seinen zielgerichteten, bewußten Umgang mit Modellen im Prozeß der Erkenntnis und Beherrschung der Wirklichkeit organisiert. Dagegen bezieht sich der Begriff der Modellierung – wie bereits erwähnt – auf die jeweiligen spezifischen Prozesse der Modellbildung und -nutzung. Er umfaßt den konkreten Prozeß der Anwendung der Modellmethode zum Erreichen der jeweils angestrebten Ziele.

Unter einer *Methode* vorsteht man allgemein ein System regulativer Prinzipien (die die Gesamtheit der Regeln und Vor –[117]schriften einschließen) in allen bewußten, zielgerichteten Handlungen der Menschen. Eine wissenschaftliche Methode ist entsprechend ein System regulativer Prinzipien für entsprechende Etappen bzw. Ebenen von Forschungsprozessen, die in der Regel nicht unabhängig von anderen Methoden ihre Anwendung findet.

Im wissenschaftlichen Erkenntnisprozeß haben sich Methoden unterschiedlichen Allgemeinheitsgrades bezüglich ihrer Anwendbarkeit in verschiedenen oder sogar der überwiegenden Mehrzahl der Wissenschaften herausgebildet. Es sind nicht nur „übergreifende“ Methoden durch die Einführung komplexer systemhafter Betrachtungsweisen usw. entstanden[4], sondern

---

[2] Vgl. H. Hörz. Materialistische Dialektik und Wissenschaftsentwicklung, in: Sitzungsbericht. der Akademie der Wissenschaften der DDR, 6/9/1980, Berlin 1981, S. 23 ff.

[3] Vgl. Materialistische Dialektik im der physikalischen und biologischen Erkenntnis, Hrsg. H. Hörz; U. Röseberg, Berlin 1981, S. 321 ff.

[4] Vgl. A. A. Ibin; O. V. Furmanova, Struktura i razvitie naučnogo znanija. Sistemny podchod k metodolgii nauki, in: Vopr. Fil. 4/1983; siehe auch N. Hager, Zum Verhältnis von philosophischen

auch solche, die „universell“ anwendbar sind wie die mathematischen Methoden, worauf beispielsweise die Mathematikerin H. Bunke hinwies, die zugleich in diesem Zusammenhang auch vor übertriebenen Erwartungen bei der Anwendung mathematischer Methoden in anderen Wissenschaften warnte.[5]

Wenn man analysiert, welche Methoden in den Wissenschaften eine herausragende Rolle spielen, so kann man das System wissenschaftlicher Methoden hervorheben. Experimentelle, mathematisch-logische und historische Methoden bilden gewissermaßen Eckpunkte bzw. Hauptlinien der Methodenanwendung und -entwicklung, bezogen auf dieses Methodensystem. Dabei existieren vielfältige Wechselwirkungen sich in der Entwicklung der Wissenschaften (und in enger Beziehung zu den neuen Möglichkeiten, die uns technische Entwicklungen wie beispielsweise die Mikroelektronik für die Registrierung und automatisierte Auswertung experimenteller Daten usw. geben) verändernder und neu heraus bildender Methoden.

Zugleich muß man aber beachten, daß es nicht *die* für alle Wissenschaften unverändert gültige experimentelle, mathematisch-logische oder historische Methode gibt. Sie müssen dort in ihren jeweiligen historisch-konkreten, auf bestimmte Untersuchungsgegenstände bezogenen spezifischen Erscheinungsformen und Wechselbeziehungen analysiert werden. So sind beispielsweise Theorien in den einzelnen Wissenschaften in sehr unterschiedlichem Grade mathematisiert. Die experimentelle Methode unterscheidet sich sehr wesentlich hinsichtlich der zu unter-[118]suchenden Erscheinungen. Erfahrungen aus Experimenten in Naturwissenschaften können nicht problemlos auf andere Wissenschaften übertragen werden usw. Gleichzeitig darf dies jedoch nicht zum Vorwand dafür dienen, die Anwendung bestimmter Methoden in einigen Wissenschaften von vornherein abzulehnen, wie z. B. auch der mathematischen Methode oder der Modellmethode.

Untersucht man den Platz der Modellmethode im System wissenschaftlicher Methoden, so kann man konstatieren, daß sie diesen sowohl in experimentellen, historischen als auch mathematisch-logischen Untersuchungen findet. So werden Modelle in Modellexperimenten untersucht, zur Untersuchung von Entwicklungsprozessen im präbiotischen und biotischen Bereich, für Computersimulationen eingesetzt und anderes mehr. Die Modellmethode ist zugleich gekoppelt mit Methoden der Hypothesenfindung, des Gedankenexperiments usw. Im Methodensystem ist daher die Modellmethode im gewissen Sinne eine „verbindende“ Methode. Sie reicht „von der objektiven Analyse im Experiment bis zur subjektiven Synthese erkannter Wesenselemente in der Theorie, von der theoretischen Analyse bis zur praktischen Synthese in materiellen Modellen, Pilotstationen usw.“[6] Sie umfaßt nicht nur die Aufstellung des Modells bzw. seine Auswahl – wie auch die experimentelle Methode nicht in der alleinigen Durchführung eines Experiments besteht, sondern Etappen der Vorbereitung und Auswertung erfordert.[7] Die Modellmethode beinhaltet die weitere Arbeit mit dem materiellen oder ideellen Modell ebenso wie die Ableitung praktischer Folgerungen aus dem Modell. Sie fordert die Überführung theoretischer Erkenntnisse in die Praxis, die Übertragung erlangter Ergebnisse auf das Original der Untersuchung, die Einordnung der Resultate in allgemeine Vorstellungen usw. Man kann also, wie in der Literatur bereits früher diskutiert, Stufen der Modellierung, des Prozesses der Anwendung der Modellmethode hinsichtlich bestimmter

---

allgemeinwissenschaftlichen und einzelwissenschaftlichen Methoden. in: Deutsche Zeitschrift für Philosophie (DZfPh). 33 (1985) 8.

[5] Vgl. H. Bunke, Methodologische Probleme bei der Anwendung mathematischer Modelle, in: DZfPh, 31 (1983) 5.

[6] H. Hörz, Modelle in der wissenschaftlichen Erkenntnis, in: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften der DDR, 11/G/1978, Berlin 1978, S. 4.

[7] Vgl. N. Hager; H. Hörz, Modell und Modellbildung in der wissenschaftlichen Erkenntnis, in: DZfPh. 25 (1977) 2.

Zielstellungen, hervorheben, die hinsichtlich der jeweiligen konkreten Problemlösungsprozesse eine spezifische Ausprägung erfahren.[8]

Vom Experiment zur Theorie, von der Theorie zum Experiment existieren in keiner Wissenschaft einfache, geradlinige Wege, die für alle Zeiten der wissenschaftlichen Forschung vorgegeben sind. Theorienbildung ist auf verschiedenen Wegen möglich, [119] was durch technische, ökonomische, soziale und kulturelle Bedingungen der Gesellschaft determiniert, aber auch relativ eigenständig davon durch die vorliegenden theoretischen Erkenntnisse und Methoden der jeweiligen Wissenschaften entsprechend des Gegenstandes der Untersuchung u. a. m. bestimmt wird. In diesen Prozessen der Theorienbildung und -interpretation werden stets Modelle benutzt, auch wenn dies im Hinblick auf den jeweiligen Charakter bzw. die Struktur der Theorie näher analysiert werden müßte.

2. Modellierung und Mathematisierung

Insbesondere in der kognitiven Stufe der Modellierung, der Stufe der Arbeit mit dem Modell[9], ist der Umstand von besonderem Interesse, ob mit bereits mathematisierten einzelwissenschaftlichen Modellen gearbeitet wird oder ob eine Formalisierung und Mathematisierung erst noch erfolgen muß und kann, ob unter Umständen diesen einzelwissenschaftlichen Modellen entsprechende mathematische Modelle erstellt oder ausgewählt werden können, was neue Möglichkeiten der Arbeit mit Modellen eröffnen kann.

Mathematisierung ist in diesem Zusammenhang allgemein die Nutzung mathematischer Mittel und Methoden zur Untersuchung von Objekten anderer Wissenschaften. Dabei werden nicht nur vorliegende mathematische Strukturen, Beziehungen, Theorien genutzt, sondern unter Umständen im Zusammenhang mit der einzelwissenschaftlichen Entwicklung geschaffen und in dieser verwendet, was zugleich die Mathematikentwicklung selbst befruchten kann.

Es geht dabei 1. um die Darstellungsfunktion der Mathematik, 2. kann sich eine bessere Handhabbarkeit, eine bessere „Flexibilität“ einzelwissenschaftlicher Modelle ergeben mit der Möglichkeit, infolge dieses Umstandes bei der Ausarbeitung der Konsequenzen des Modells mehr „herauszuholen“, als ursprünglich an einzelwissenschaftlichen Voraussetzungen in das Modell einfloß. Letztlich sind dabei aber nicht allein mathematische Operationen entscheidend, sondern deren einzelwissenschaftliche Interpretation, ohne die keine Beziehungen zwischen den in den Gleichungen verwendeten theoretischen Größen und den Meßgrößen aus Experimenten bzw. Beobachtungen hergestellt werden können. Gerade hier sind Modelle eine notwendige „Brücke“ zwischen Ex-[120]periment und Theorie. 3. kann die Verwendung gleicher mathematischer Strukturen, Beziehungen usw. zur theoretischen Erfassung unterschiedlicher natürlicher Erscheinungen darauf aufmerksam machen, daß möglicherweise einzelwissenschaftlich erfaßbare Analogien zwischen diesen Erscheinungen existieren. Dabei kann man aber nicht davon ausgehen, daß man die mathematischen Strukturen usw. selbst als solche in der objektiven Realität vorfinden könnte, auch wenn die Prozesse ihrer Entstehung und Herausbildung dort letztlich ihren Ursprung finden (historisch wie auch über die Anregungen, die die angewandte Mathematik für die innertheoretische Entwicklung liefert). Dies ist u. a. für die Anwendung mathematischer Hypothesen[10] zur Modell- bzw. Theorienbildung von Interesse.

Ideelle Modelle, mit denen gearbeitet werden soll, können also bereits mehr oder weniger mathematisiert sein. Ist dies nicht der Fall, dann steht mit der Aufgabe, das Modell hinsicht-

[8] Vgl. ebenda, siehe auch Eksperiment – Model – Teorija, Moskva – Berlin 1982.
[9] Vgl. ebenda.
[10] Vgl. I. V. Kuznecov, Izbrannye Trudy po metodoljami fiziki, Moskva 1975; siehe auch N. Mager, Modelle in der Physik, Berlin 1982, S. 117 ff.

lich seiner Konsequenzen möglichst vollständig auszuloten, auch die Frage, ob das Modell formalisierbar und mathematisierbar ist. Bei bereits mathematisierten Modellen der Einzelwissenschaften werden bei der Arbeit mit dem Modell weitere mathematische Folgerungen abgeleitet. Mathematisierung von Modellen kann durch mathematische Hypothesen und einzelwissenschaftliche Gedankenexperimente angeregt bzw. weiter vorangetrieben werden.

Beispielsweise ist es für die heutige Physik notwendig, wesentliche Etappen der Modellierung im untrennbaren Zusammenhang mit der Mathematisierung zu untersuchen, was auch für andere Wissenschaften zutrifft. Dabei wird in bezug auf die Betrachtung des Gesamtprozesses der Modellierung manchmal vernachlässigt, daß der Physiker objektiv-reale Erscheinungen nicht „an sich“ untersucht. Er muß sie zunächst gedanklich „herausheben“, von anderen unter bestimmten Gesichtspunkten „separieren“ (auch über die Zwischenstufen weitergehender Beobachtungen bzw. des Experiments). Er muß sie idealisieren und verallgemeinern, ehe sie einer Formalisierung oder Mathematisierung überhaupt zugänglich sind, beschränkt man Letzteres nicht auf phänomenologisch konstatierbare zahlenmäßige Beziehungen nicht tiefer hinterfragter Größen. Umgekehrt gibt es durchaus keine direkte Verbindung von einer Theorie und ihren Modellen zum Experiment, [121] zur Beobachtung. Dazu sind Konkretisierungen, Vereinfachungen, Näherungen usw. nötig.

Als pragmatischen Aspekt für die Mathematisierung in Hinblick auf die Modellierung müßte beachtet werden, ob die vorhandenen mathematischen Strukturen usw. für einen Prozeß der Mathematisierung des Modells ausreichen, ob das Modell nicht gewissermaßen zu „kompliziert“ für den gegenwärtigen Stand der Mathematik ist oder mathematisiert nicht mehr handhabbar ist, so daß Modellreduktionen vorgenommen werden müssen, die unter Umständen für die einzelwissenschaftliche Untersuchung nicht mehr berechtigt sind. Andererseits ist eine Mathematisierung eines ideellen Modells auch nur dann sinnvoll, wenn sich eine bessere Darstellbarkeit, z. B. Übersichtlichkeit, für das Modell ergibt oder sich mit der Mathematisierung auch die Erkenntnismöglichkeiten erhöhen. Ob die Mathematisierung überhaupt möglich ist, hängt mit dem Stand der Mathematik und dem Stand der Ausarbeitung des entsprechenden einzelwissenschaftlichen Modells (aber auch der Bereitschaft seiner Nutzer) zusammen. Ob die Mathematisierung aber notwendig ist, bestimmen Faktoren wie die Möglichkeit, zusätzliche Erkenntnisse zu gewinnen, den theoretischen Apparat besser darzustellen und das Original der Untersuchung damit zugleich besser zu erkennen bzw. zu beherrschen, also auch Ziele der Modellierung. Von einem solchen Standpunkt aus sind m. E. mathematisierte Modelle der Einzelwissenschaften von den in Einzelwissenschaften wie der Physik gleichfalls verwendeten mathematischen Modellen zu unterscheiden[11], die beispielsweise der Versuchsplanung und -auswertung dienen.

3. Modellierung und Größenbildung

Wesentliche Gründe dafür, daß Maßsysteme entwickelt wurden, lagen nicht nur in den Erfordernissen des wissenschaftlichen Experiments selbst, sondern vor allem auch in den praktischen Erfordernissen der Produktion und des Austausches. Diese Entwicklung stand und steht im Zusammenhang mit unter bestimmten Gesichtspunkten bewerteten Messungen. Jedoch sind in diesem Zusammenhang Versuche zurückzuweisen, einzelne Aspekte des Meßprozesses zu verabsolutieren, denn der Komplex der für Messungen (in Beobachtungen oder Experimenten) notwendigen und we-[122]sentlichen materiellen und ideellen Tätigkeiten schließt die Einheit von subjektiven und objektiven Bedingungen unter Berücksichtigung der Zielstellung der Messung ein. Hier trifft zu – beachtet man den gesamten Prozeß der Messung, die stets in einem übergeordneten Rahmen, z. B. dem wissenschaftlichen Experiment steht –,

[11] Vgl. N. Hager, Modelle in der Physik. a. a. O., S. 135 f.

was man allgemein bzgl. der experimentellen Methode hervorheben muß: Subjektive Momente betreffen Fähigkeiten und Fertigkeiten, Wertvorstellungen und subjektive Ziele der am entsprechenden Forschungsprozeß beteiligten Wissenschaftler bzw. Forschungsgruppen.

Vorliegende theoretische Erkenntnisse, historische. Erfahrungen, vorhandene Wertvorstellungen und die auf dieser Basis an gestrebten Ziels bestimmen wesentlich ihrem objektiven Inhalt wie ihrer subjektiven Umsetzung nach die in Vorbereitung, Durchführung und Auswertung der Messungen notwendigen qualitativen und quantitativen Wertungen. Damit sind aber weder die Bezüge theoretischer Größen zur objektiven Realität, noch die der Meßgrößen zu den theoretischen Größen schon eindeutig gegeben.

M. Planck verwies auf eben diesen Umstand, als er hervorhob, daß „in der Physik jede meßbare Größe jede Länge. jedes Zeitintervall, jede Masse, jede Ladung eine zweifache Bedeutung“ besitze, „je nachdem man sie als durch irgendeine Messung unmittelbar gegeben betrachtet oder aber sie auf das Modell, welches wir das physikalische Weltbild nennen, übertragen denkt. In der ersten Bedeutung ist sie stets nur unscharf zu definieren und daher niemals durch eine ganz bestimmte Zahl darstellbar, im physikalischen Weltbild aber bedeutet sie ein ganz bestimmtes mathematisches Symbol, mit dem nach genauen Vorschriften operiert werden kann...

Es ist keineswegs so, wie man manchmal äußern hört, daß das physikalische Weltbild nur direkt beobachtbare Größen enthalte oder enthalten dürfe. Im Gegenteil ... Ja das Weltbild enthält sogar stets Bestandteile, die für die Sinnenwelt nur sehr in direkte oder auch gar keine Bedeutung haben...“.[12]

Bestimmt man das Weltbild der Physik einer bestimmten Zeit als eine Einheit der vorliegenden bestätigten Theorien, Theorienansätze, Hypothesen, Modelle und Methoden[13], trifft Plancks Standpunkt zugleich die in Form physikalischer Größen fixierten [123] Kennzeichen der idealisierten Objekte einer Theorie als dialektische Einheit von Abbild und Entwurf. Vor allem dieses dialektische Moment sei in der Planckschen Auffassung zum Erkenntnisprozeß hervorgehoben, das sich gegen empiristische Vereinfachungen wendet. Nach Planck gibt es keine physikalische Größe, die unmittelbar gemessen wird. „Vielmehr empfängt eine Messung ihren physikalischen Sinn immer erst durch die Deutung, welche ihr eine Theorie verleiht. Ein jeder, der in einem Präzisionslaboratorium Bescheid weiß, kann bezeugen, daß auch die diskreteste und feinste Messung, wie die eines Gewichte oder einer Stromstärke, um physikalisch brauchbar zu werden, einer Anzahl von Korrekturen bedarf, die nur aus einer Theorie, mithin aus einer Hypothese abgeleitet werden können“.[14] Allein mit Vergleichen, auch wenn es als Einheit materieller und ideeller Tätigkeiten unter Einschluß entsprechender objektiver und subjektiver Bedingungen gefaßt wird, ist dies nicht zu leisten. Vielmehr müssen die vielfältigen Beziehungen zwischen Experiment (Beobachtung) und Theorie in Betracht gezogen werden, dabei insbesondere die Rolle ideeller Modelle in diesem Prozeß.

Es gibt keine sich stets wiederholenden und nur wenig voneinander abweichenden Grundschemata physikalischen Denkens. Es geht vielmehr um die Berücksichtigung des historischen Prozesses der Herausbildung und Veränderung von Forschungsmethoden, der Entstehung neuer Theorien, die bislang nicht untersuchte Erscheinungen zu erklären vermögen. In diese Zusammenhänge sind m. E. auch Größenbildungsprozesse einzuordnen. Auch hier gibt es kein ein für allemal vorgegebenes Grundschema der Bildung und Interpretation von Grö-

---

[12] M. Planck, Wege zur wissenschaftlichen Erkenntnis, Leipzig 1944. S. 228 f.
[13] Vgl. N. Hager; U. Röseberg, Philosophisch-weltanschauliche Aspekte des Weltbildes der klassischen Physik, in: DZfPh. (1977) 5.
[14] M. Planck, Wegs zur wissenschaftlichen Erkenntnis, a. a. O., S. 211.

ßen. Darauf ging insbesondere Stepin ein[15]. Größen einer Theorie sind die Form, in der bestimmte Kennzeichen idealisierter Objekte der Theorie im Zusammenhang mit ihrer Mathematisierung abgebildet werden. Beziehungen zwischen den Kennzeichen werden als Beziehungen der Größen in Gleichungen der Theorie formuliert. Nach Stepin enthält jede Theorie gewisse Korrespondenzregeln, die die Beziehungen zwischen den wichtigsten physikalischen Größen des theoretischen Apparates und den Ergebnissen der Experimente und Messungen herstellen. Dabei muß eine gewisse Vergleichbarkeit zwischen den Merkmalen abstrakter Objekte mit den Eigenschaften und Be-[124]ziehungen der Objekte experimenteller Situationen bestehen[16]. Solch eine Vergleichbarkeit wird m. E. durch die Nutzung von Analogien in der Modellierung erreicht. Deren berechtigte Benutzung kann sich aber selbst erst im Prozeß der Überprüfung der Adäquatheit des Modells in Hinblick auf die angestrebten Ziele der Modellierung ergeben. Die Adäquatheit der Widerspiegelung ergibt sich erst bei der praktischen Prüfung der theoretischen Vorstellungen, die mehr umfassen als nur das ideelle Modell. Die entsprechenden Beziehungen zwischen den theoretischen Größen und den Meßgrößen werden nicht allein durch die Belegung bislang uninterpretierter Größen durch ideelle Modelle einzelwissenschaftlichen Inhalts hergestellt, sondern dazu ist die weitere Arbeit mit dem Modell in Gedankenexperimenten erforderlich[17]. Stepin zeigte diesen Sachverhalt am Beispiel der Interpretation und Veranschaulichung des durch innertheoretische Entwicklungen vor allem des mathematischen Apparates mittels mathematischer Hypothesen gewonnenen neuen theoretischen Apparates der Quantenelektrodynamik.[18] Dabei wird, auch wenn die Bedeutung des Gedankenexperiments als relativ eigenständiges Mittel theoretischer Forschung vernachlässigt wird, auf die Rolle des Gedankenexperiments bei der Arbeit mit den entsprechenden Modellen verwiesen. Indem das Modell unter verschiedenen ideell fixierten Bedingungen untersucht und Konsequenzen abgeleitet, das Modell evtl. verändert wird usw., werden in einem konkreten Prozeß der Arbeit mit dem Modell letztlich die Möglichkeiten für dessen experimentelle Überprüfung in realen Experimenten abgeleitet. Mit den Gedankenexperimenten allein sind die realen Möglichkeiten m. E. aber noch nicht gegeben. Sie können in die Stufe der gedanklichen Vorbereitung realer Experimente unmittelbar eingehen, bilden gewissermaßen einen allgemeinen gedanklichen Rahmen für die praktische Umsetzung theoretischer Erkenntnisse unter konkreten, objektiven wie subjektiven Bedingungen. Zugleich steht eigentlich für jedes wirklich neue reale Experiment, in dem auch andere, für die Untersuchung unwesentliche Zusammenhänge und Eigenschaften auftreten, die Aufgabe einer „Rückkopplung“ zur Theorie und ihren Größen. Dabei ist zu prüfen, ob die Interpretation bestimmter theoretischer Größen mittels ideeller Modelle im Rahmen dieser Theorie tatsächlich schon der Wirk-[125]lichkeit entspricht, ob neue bzw. veränderte Modelle notwendig sind oder sogar eine andere Theorie mit den experimentellen Ergebnissen besser übereinstimmt.

Man kann also zusammenfassen: Ein Weg der Größenbildung und -interpretation in der heutigen Physik besteht allgemein darin, daß durch innertheoretische Entwicklungen innerhalb eines theoretischen Rahmens beispielsweise mittels mathematischer Hypothesen Größen gebildet werden, die durch ideelle Modelle interpretiert werden müssen. Ihre Beziehungen zu Meßgrößen sind aber nicht direkt. Sie bedürfen Zwischenstufen der Interpretation und Vereinfachung theoretischer Vorstellungen, einschließlich der Auswahl geeigneter Experimente bzw. Beobachtungen, der Schaffung entsprechender Bedingungen im Experiment, der Angabe von

[15] Vgl. W. Stepin. Methodologie des Aufbaus der physikalischen Theorie, in: Gesellschaftswissenschaften (1975) 4.
[16] Vgl. ebenda, S. 57.
[17] Vgl. ebenda. S. 58.
[18] Vgl. ebenda, S. 59 ff.

Meßvorschriften, der Abschätzung und Bewertung von Meßfehlern usw. Somit werden nicht allein durch experimentelle Ergebnisse Größenbildungsprozesse in einem theoretischen Rahmen angeregt und über die Systematisierung und relative Synthese der Meßergebnisse in ideellen Ausgangsmodellen (für die jeweilige Etappe, in der sich die Theorienbildung befindet), über Abbilden und Entwerfen in der Theorienbildung sowie die praktische Überprüfung der Theorie, die Beziehungen zwischen theoretischen Größen und Meßgrößen hergestellt.

Bestimmte Kennzeichen idealisierter Objekte einer Theorie sind in Form theoretischer Größen fixiert. Die Beziehungen von verschiedenen Kennzeichen eines oder mehrerer idealisierter Objekte werden in den Gleichungen der Theorie gefaßt. Diesen Aspekt theoretischer Größen und der entsprechenden Gleichungen muß man davon abheben, daß auf dieser Grundlage unter Einbeziehung vorliegender experimenteller Erfahrungen, auch der Kenntnis der objektiv-real existierenden Existenz- und Begleitbedingungen, meistens mittels Näherungsverfahren bzw. Vereinfachungen des theoretischen Modells Berechnungen durchgeführt werden können. Diese können bei der praktischen Überprüfung der theoretischen Vorstellungen aber durchaus auf Unzulänglichkeiten bzw. Inkonsistenzen im theoretischen Modell verweisen, wenn sie mit Meßergebnissen nicht übereinstimmen. Dafür gibt es u. a. in der Geschichte der Physik genügend Beispiele. Erinnert sei nur an das Problem, eine befriedigende theoretische Erklärung für [126] die spezifische Wärme von Gasen, die aus mehratomigen Molekülen bestehen, zu finden, um die Differenzen der theoretischen Berechnungen zu den Meßergebnissen aufzuheben. Die theoretische Größe ist also zunächst eine Größe der Theorie, und erst in einem langwierigen Prozeß der praktischen Überprüfung der Theorie (einschließlich der experimentellen Fortschritte) kann sich herausstellen, ob sich ihr Inhalt als fixiertes Kennzeichen des idealisierten Objektes der Theorie mit diesem selbst verändern muß und welche Konsequenzen sich zugleich für die Gleichungen der Theorie ergeben. Erst in diesem Prozeß werden die Beziehungen zwischen theoretischen und Meßgrößen klargelegt. [128]

Ulrich Röseberg
Objektive Dialektik und deren Widerspiegelung in mathematisierten physikalischen Theorien

Für die Diskussionen zur Widerspiegelung objektiver Dialektik der Natur in mathematisierten naturwissenschaftlichen Theorien wurde vorgeschlagen, von der Hypothese auszugehen, daß die objektiv-realen Zusammenhänge materieller Objekte und Prozesse zwar prinzipiell nicht mit mathematischen Strukturen identifiziert werden dürfen, im Verlaufe des historischen Erkenntnisfortschritts jedoch eine immer adäquatere Widerspiegelung dieser Zusammenhänge mittels entwickelter mathematischer Strukturen möglich wird.[1] In einer Rezension heißt es, daß eine derartige Hypothese auf den ersten Blick trivial erscheinen könnte.[2]

Die Rezensenten sprechen berechtigt von *scheinbarer* Trivialität dieser Position; der Schein trügt tatsächlich. – Die überwiegende Mehrzahl der Physiker (sowohl in der Vergangenheit als auch in der Gegenwart) nämlich setzt zwischen idealisierten mathematischen und objektiv-realen Strukturen faktisch eine Isomorphierelation voraus. Aus der teilweise verblüffenden Übereinstimmung vorausgesagter Werte bestimmter Größen mathematisierter Theorien mit tatsächlichen Meßresultaten wird darauf geschlossen, daß die mathematischen Strukturen physikalischer Theorien letztlich mit den sie abbildenden objektiv-realen Sachverhalten zusammenfallen. Als besonders eindrucksvoller Beleg für diese Überzeugung läßt sich die Tat-

[1] Siehe dazu: U. Röseberg, Determinismus und Physik, Berlin 1975, S. 36. Bezüglich der Diskussionen zum Strukturbegriff siehe: S. Paul, G. Ruzavin, Mathematik und mathematische Modellierung, Berlin 1986, S. 65 f.
[2] Vgl. A. I. Pančenko, J. V. Sačkov. Rezension zu: H. Hörz, U. Röseberg (Hrsg.), Materialistische Dialektik in der physikalischen und biologischen Erkenntnis, Berlin 1981, in: Voprosy filosofii 1984/4, S. 149.

sache anführen, daß die praktisch gemessene Kopplungskonstante der Quantenelektrodynamik gegenwärtig bis auf *neun* Stellen nach dem Komma mit ihrem theoretisch ermittelten Wert übereinstimmt. Verständlich, daß dies als Beleg für die Qualität der entsprechenden Theorie gilt und Erkenntnisfortschritte hier lediglich noch in der durch Steigerung der Meßgenauigkeit (bis nahe an die naturgesetzlich zulässigen Grenzen) zu erwartenden Bestätigung auch der nächsten Kommastellen gesehen wird. Heißt das nun, daß mit der Erhöhung des Übereinstimmungsgrades von gemessenem und berechnetem Wert der Sinn des Redens über objektive Dialektik in diesem Bereich [129] schwindet oder aber die objektive Dialektik der Natur unmittelbar durch die entsprechende mathematisierte physikalische Theorie widergespiegelt wird? Dieser Frage soll, der Dialektik des physikalischen Forschungsprozesses folgend, zunächst in einem historischen Zugriff nachgegangen werden (1.), um dann – im Hinblick auf das Gesamtunternehmen des Projektes – einige über die Physik hinausweisende Überlegungen zum systematischen Problem der Widerspiegelbarkeit objektiver Dialektik mittels Mathematisierung zur Diskussion zu stellen (2.).

1. Mathematik und Wirklichkeit in der Geschichte der Physik

1.1. Physik als mathematisierte Wissenschaft

Die Selbstverständlichkeit, mit der Physik heute als *mathematisierte* Naturwissenschaft präsentiert wird, ist Resultat eines komplizierten Entwicklungsprozesses[3], an dessen Ausgangspunkt die in den Positionen Platons und Aristoteles[4] kulminierenden Kontroversen griechischer Philosophen[5] standen.

Des weltanschauliche Grundproblem bei der Herausbildung mathematisierter Naturwissenschaft wurde bereits in der Auseinandersetzung um das von Kopernikus neu begründete heliozentrische Weltbild deutlich. Methodisch ging es zunächst darum, ob die Kopernikanische *Theorie* lediglich als mathematische *Hypothese* zu gelten habe oder aber bereits ihre erste Darstellung „gleichsam die allgemeine Verfassung des Universums enthält“.[6] Während die Hypothese einer Wissenschaft, der wie der Mathematik damals keinerlei Widerspiegelungsfunktion zugesprochen wurde, der Lehrmeinung der Kirchenväter gar nicht widersprechen konnte, mußte jede die aristotelisch-ptolemäische Weltsicht ablehnende Theorie zwangsläufig in einen unüberbrückbaren Gegensatz zu den religiösen Dogmen der Kirche geraten. Als hilfreich erwies sich in dieser Diskussion schließlich die von Galilei gebrauchte Buchmetapher[7], derzufolge die „Heilige Schrift“ und des „Buch der Natur“ unvergleichbar seien. Während der sich nur interpretierend erschließende Inhalt des ersten Buchs als Offenbarung einen Gegenstand des Glaubens darstellte, mußte das zweite, stets offen vor dem Menschen liegende, in der Sprache der Mathematik geschriebene Buch Gegenstand der Wissenschaft werden.

[130] Diese Buchmetapher schon bei Galilei als *weltanschauliche* Entscheidung zugunsten des Konzeptes der nach mathematischen Konstruktionsprinzipien geordneten Natur zu deu-

---

[3] Vgl. E. J. Dijksterhuis, Die Mechanisierung des Weltbildes, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1956; A. Maier, An der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft. Die Struktur der materiellen Substanz, das Problem der Gravitation. Die Mathematik der Formalituden, Roma 1952; S. Restivo, The Social Relations of Physics, Mysticism and Mathematics, Dordrecht 1983; W. R. Shea (ed.). Nature Mathematized. Historical and Philosophical Case Studios in Classical Modern Natural Philosophy, Dordrecht 1982; H.-J. Treder, Große Physiker und ihre Probleme, Berlin 1983.

[4] Vgl. U. Röseberg, Philosophie und Physik. Leipzig 1982, S. 39 ff.

[5] Vgl. F. Krafft, Geschichte der Naturwissenschaft I. Die Begründung einer Wissenschaft von der Natur durch die Griechen, Freiburg i. Br. 1971; H. G. Schöpf, Die Griechen und die Natur, Berlin 1983; E. Schrödinger, Die Natur und die Griechen, Wien, Hamburg 1955.

[6] N. Copernicus, Über die Kreisbewegungen der Weltkörper, hrsg. und eingeleitet von G. Klaus, Berlin 1959, S. 13.

[7] Vgl. E. R. Curtius, Europäische Literatur und lateinisches Mittelalter, Berlin 1961, S. 323 ff.

ten, wäre eine nicht zu rechtfertigende Überinterpretation. Sie hat der naturwissenschaftlichen Forschung ungeachtet aller Komplikationen faktisch zunächst erst einmal jenen Freiraum geschaffen, in dem sie unabhängig von religiösen Dogmen auf der Grundlage der jeweils erkannten Naturgesetze weiterfragen konnte. Zugleich aber verwies die Formulierung von dem in der Sprache der Mathematik geschriebenen „Buch der Natur" bereits auf die spätere *Möglichkeit*, *mathematisierte Naturerkenntnisse* unter Vernachlässigung ihres Entwurfscharakters zu *ontologisieren*.

Galilei wußte um die Schwierigkeiten der *Begriffsbildungen* der neuen Wissenschaft und reflektierte Momente der Dialektik dieses Prozesses in seinen Dialogen. Descartes kritisierte die von Galilei eingeführten Idealisierungen und die zum Theorieaufbau verwendete „primitive" Mathematik, weil sie nichts mit der Wirklichkeit zu tun hätten. Seine Gegenentwürfe traten mit dem Anspruch auf, die Wirklichkeit *vollständig* zu erfassen. Bei Dijksterhuis heißt es dazu, daß Descartes „diesen Gedanken bis zu seinen äußersten Konsequenzen durchgeführt, d. h. Mathematik und Naturwissenschaft faktisch identifiziert hat. Die Naturwissenschaft ist nicht nur mathematischer Art in dem weiteren Sinne, daß die Mathematik ihr in irgendeiner Form dient, sondern auch in dem viel engeren, daß der menschliche Geist das Wissen über die Natur in gleicher Weise aus sich selbst heraus erzeugt, wie er dies mit der Mathematik tut."[8]

Sowohl bei Descartes als auch bei Leibniz, der von prästabilierter Harmonie zwischen der Welt des Idealen und der des Realen ausging, erschien das von Galilei schon klarer reflektierte *Erkenntnisproblem* zunächst erst einmal wieder als untergeordnetes. Der in der Galileischen Traditionslinie stehende Newton stellte in diesem Punkt keinen ernsthaften Gegenpol zu Descartes und Leibniz dar. Er gab dem Aufbau der Mechanik einen vorläufigen Abschluß und präsentierte das neue Theoriegebäude erstmalig in einer geschlossenen Form.

Die Möglichkeit zur *Mathematisierung der Mechanik* hatte sich dadurch ergeben, daß mit einer neuen Sicht auf das Bewegungs-[131]problem auch die ohne menschliches Zutun ablaufenden Bewegungsänderungen als Folgen des Einwirkens äußerer Kräfte zu fassen waren. Über das Prinzip „actio = reactio" ließen sich Größen der Wirkung und der Kräfte miteinander in Beziehung setzen, ohne Angaben über das Wesen von Kräften zu machen. Genauso ging Newton bei der Begründung der theoretischen Mechanik vor. Ohne über die physikalischen Ursachen der Kräfte zu spekulieren, formulierte er eine mathematische Äquivalenzrelation, die die vektorielle Summe aller auf einen Körper wirkenden Kräfte mit der aus Masse und Beschleunigung des Körpers gebildeten Bewegungsgröße gleichsetzte. Außerdem gelang es ihm, wiederum ohne Spekulation über die Ursachen wechselseitiger gravitativer Anziehung aller schweren Massen, jene mathematische Beziehung anzugeben, nach der die Gravitationskraft voneinander entfernter Körper zu berechnen ist.

Gemäß dem zu seiner Zeit noch herrschenden Physikverständnis lehnte Newton es ab, die für die Bestimmung seiner kinematischen und dynamischen Bewegungsgrößen fundamentalen Konzepte *Raum* und *Zeit physikalisch* zu untersuchen. Er setzte sie voraus und machte zugleich einschneidende Annahmen hinsichtlich der *mathematischen* Eigenschaften entsprechender physikalischer Größen. Wenn er trotzdem angab, keine Hypothesen zu formulieren, so geschah das vor allem in Auseinandersetzung mit dem Aristotelischen Physikbegriff. Diese Art von Physik lehnte er aus methodischen und theoretischen Gründen ab, war aber wohl wegen der Allmacht der Aristotelischen Tradition noch nicht in der Lage, sein in der Galileischen Tradition stehendes Vorgehen konsequent als *die* neue Art, Physik zu betreiben, darzustellen.

[8] E. J. Dijksterhuis, Die Mechanisierung des Weltbildes, Berlin 1956, S. 451.

Newton neigte dazu, seine Theorie als Konsequenz der angeblich erfahrungsmäßig begründeten ersten Prinzipien erscheinen zu lassen. Die von ihm gewählte Form der Darstellung hatte ihr historisches Vorbild in Euklids Darstellung der Geometrie. Längere Zeit blieb offen, ob die mathematischen Prinzipien der Naturbeschreibung als Gegenstand der Mathematik zu behandeln oder aber der *Physik* zuzurechnen seien. Diese Auseinandersetzungen wurden ein Jahrhundert nach dem Erscheinen des Newtonschen Grundlagenwerks faktisch beendet. Dabei spielte die Philosophie Kants, Höhepunkt und Abschluß der europäischen Aufklärungsphilosophie, eine besondere Rolle.[9]

[132] Wenn Kant davon sprach, daß in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist[10], dann bedeutete dies eine eindeutige Stellungnahme hinsichtlich der Zugehörigkeit der jeweiligen mathematischen Formalismen zu den entsprechenden naturwissenschaftlichen Disziplinen. Indem sich Physiker mathematischer Theorien bedienen, verbleiben sie Physiker, müssen sich im Umgang mit den mathematischen Begriffen und Formalismen aber natürlich den dafür in der Mathematik erarbeiteten Regeln und Gesetzen unterwerfen. Für Kant gehörte die Mathematik zum apriorischen, also nicht aus der Erfahrung begründbaren, sondern *vor* jeder Erfahrung gültigen Teil der Erkenntnis. Er sah in dieser Wissenschaft Erkenntnis „aus der *Konstruktion* der Begriffe“[11]; sie bot ihm „das glänzendste Beispiel einer sich, ohne Beihülfe der Erfahrung, von selbst glücklich erweiternden reinen Vernunft.“[12]

Diese Stellungnahme zur Mathematik schrieb sich in eine Erkenntnistheorie ein, welche die in Kants Frühschriften noch vertretene Position von der Existenz objektiver Naturgesetze aufgegeben hatte und Naturerkenntnis nun vor allem als *Aktivität* des erkennenden Subjekts faßte. Danach ist nicht die Natur strukturiert, sondern der Mensch vermag mittels seiner – erkenntniskritisch zu reflektierenden – Vernunft die Natur nur strukturierend zu erkennen. Nicht die Natur ist gesetzmäßig, sondern die menschliche Vernunft diktiert der Natur jene Gesetze, nach denen sie erkannt wird. Im Rahmen einer Philosophie, die sich die Aufgabe stellt, die Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung aufzuklären, und zugleich das ewig unerkennbare „Ding an sich“ postuliert, kann der Gedanke nicht aufkommen, daß mathematisierte physikalische Erkenntnisse und objektiv-reale Zusammenhänge isomorphe Strukturen besitzen, die Natur selbst mathematisch geordnet ist.

Mit dem von der klassischen bürgerlichen deutschen Philosophie weitergeführten Konzept der *Aktivität* des erkennenden, des handelnden *Subjekts* ist Kant über das hinausgegangen, was in den erkenntnistheoretischen Reflexionen der Naturwissenschaftler seiner Zeit zu finden war. Daß er diesen, weit in die Zukunft der naturwissenschaftlichen Erkenntnis weisenden Gedanken mit den damals vor allen Dingen in Gestalt der Newtonschen Me-[133]chanik vorliegenden Erkenntnissen (Euklidizität des Raumes, Trennung von Raum und Zeit, absolute Gültigkeit der Newtonschen Mechanik, des Kausalitätsprinzips u. a.) verband, hat nicht nur dessen heuristische Fruchtbarkeit eingeschränkt, sondern zugleich auch vor der zukünftigen physikalischen Forschung nur schwer zu durchbrechende weltanschauliche Barrieren errichtet. Bezüglich der weltanschaulichen Interpretationen des Erfolgs mathematisierter Naturerkenntnis haben Kants erkenntniskritische Reflexionen allerdings lange Zeit faktisch überhaupt nicht gewirkt. Sie

---

[9] Vgl. M. Buhr, T. I. Oiserman (Hrsg.), Revolution der Denkart oder Denkart der Revolution, Berlin 1976 (insbesondere die Beiträge von M. Buhr, T. I. Oiserman, H.-J. Treder, H. Ley und H. Hörz); R. Wahsner, Das Aktive und das Passive. Zur erkenntnistheoretischen Begründung der Physik durch den Atomismus – dargestellt an Newton und Kant, Berlin 1981.

[10] I. Kant, Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft (1785), in: I. Kant, Schriften, Bd. 4. Berlin 1910. S. 470.

[11] I. Kant, Kritik der reinen Vernunft B 741.

[12] Ebenda, B 740.

mochten nicht zu verhindern, daß sich unter der Vorherrschaft des mechanischen Materialismus die mehr oder minder unumstößliche Überzeugung herausbildete, nach der „die Struktur der Außenwelt dem Wesen nach mathematischer Art“ ist und „zwischen dieser Struktur und dem mathematischen Denken des menschlichen Geistes eine natürliche Harmonie“ besteht.[13]

Diese Überzeugung hat auch nach dem Scheitern des mechanischen Materialismus fortgewirkt und beherrschte selbst noch das Denken vieler Physiker des 20. Jahrhunderts. Das reflektierte beispielsweise auch der Philosoph N. Hartmann, als er feststellte, daß die mathematische Formulierung von Naturgesetzen keine Ideal-, sondern Realgesetzlichkeit zum Ausdruck bringe, weil sicher sei, daß die Natur sich nicht nach Denkgesetzlichkeiten richten würde: „Man muß also umgekehrt in dem mathematischen Einschlag der Naturverhältnisse den strengen Beweis dafür erblicken, daß es sich in den mathematischen Gebilden, deren Gesetze der Errechnung des Realen zugrundeliegen, um An-sich-Seiendes im vollen Sinne des Wortes handelt.“[14] Für Hartmann stand im schroffen Gegensatz zu Kant fest, daß der Zusammenhang von exakter Naturwissenschaft und Mathematik nicht erkenntnistheoretisch, sondern *ontologisch* zu begründen sei: „die Verhältnisse, Vorgänge und Gebilde der Natur sind eben selbst quantitativ geordnet, sie enthalten mathematische Struktur und Gesetzlichkeit ... Kategorial ausgedrückt: die im Naturgegenstand enthaltenen mathematischen Kategorien sind es, an denen der Aufschwung der Naturwissenschaften in der Neuzeit und das Geheimnis ihrer Exaktheit hängt.“[15]

Physiker, die so oder ähnlich argumentieren, gehen dabei nur in den seltensten Fällen von naturphilosophischen Ontologien aus [134] – und wenn, dann handelt es sich in der Regel um ontologische Entwürfe, die sie selbst in Übereinstimmung mit dem physikalischen Wissen oder mindestens mit ihren Erwartungshaltungen an zukünftige Physikentwicklung formulieren (naturphilosophische Ontologien werden oft, als „Ergänzungen“ oder „Alternativen“ zur Physik verstanden). Auch innerhalb der mathematisierten Physik ist der psychologisch und erkenntnistheoretisch begründete methodische Hinweis zu beachten: „Kein Forscher kann und darf sich während des wissenschaftlichen Erkenntnisprozesses andauernd vor Augen halten, daß er mit Begriffen und Modellen arbeitet, die nur vermittelt über einen vielstufigen Erkenntnisprozeß und im Rahmen bestimmter theoretischer Vorstellungen auf die objektive Realität Bezug haben, aber gleichwohl bestimmte Seiten dieser Realität richtig widerspiegeln. Er wird vielmehr die Begriffe und Modelle der Realität selbst unterstellen, er wird mit ihnen operieren als ‚seien‘ sie Realität“.[16] Dies ist, wie sich am Bohrschen Komplementaritätsargument noch erweisen wird, in der Physik nur bis zu gewissen Grenzen möglich. Diese Grenzen aber waren im 19. Jahrhundert noch unbekannt; damals galt uneingeschränkt der Satz: „... für das Subjekt fällt das Abbild gleichsam mit dem Ding zusammen“[17] und zwar so, als wäre eigentlich der Abbildungsprozeß für das Resultat belanglos.

Hegel sah sich mit der mechanisch-materialistischen Auffassung konfrontiert, daß die Naturgesetze in letzter Instanz auf ontologisierte Gesetze der Mechanik zurückzuführen seien. Er kritisierte die Bewegungsauffassung der Mechanik als undialektische, weil Bewegung darin

[13] E. J. Dijksterhuis, Die Mechanisierung des Weltbildes, Berlin 1956, S. 451.
[14] N. Hartmann, Zur Grundlegung der Ontologie. Berlin 1935, S. 264.; vgl. auch A. Häußling, Die Reichweite der Physik. Zur Ontologie von Natur und Zeit, Meisenheim/Glan 1969, S. 161; G. Jacoby, Allgemeine Ontologie der Wirklichkeit, Bd. II, Halle 1928, S. 633.
[15] N. Hartmann, Philosophie der Natur. Abriß der speziellen Kategorienlehre, Berlin 1950, S. 20, 21.
[16] J. Erpenbeck, Psychologie und Erkenntnistheorie, Berlin 1980. S. 69.
[17] A. N. Leontjew, Sensorisches Abbild und Modell unter dem Aspekt der Leninschen Widerspiegelungstheorie, in: J. Lompscher (Hrsg.), Lenins philosophisches Erbe und Ergebnisse der sowjetischen Psychologie, Berlin 1974, S. 68.

auf eine Folge von Ruhezuständen reduziert werde.[18] Für ihn lag in der Mathematisierung der Physik der entscheidende Grund für deren Mangel an Dialektik.[19] Engels aber fand in Hegels naturphilosophischen Betrachtungen und in der Dialektik der Begriffe heuristische Anregungen, wie dialektisches Denken auch im Rahmen mathematisierter Wissenschaften fruchtbar zu machen ist. Dabei wird bis heute kontrovers darüber diskutiert, mit welchen methodischen Mitteln das in der „Dialektik der Natur" unterstellte Naturverständnis bei der Analyse physikalischer Erkenntnisse genutzt werden kann. Wir wollen die Notwendigkeit dialektischen Denkens für die Physik der Neuzeit aus deren Vergleich mit der Physik des Aristoteles begründen. [135]

1.2. Dialektik als methodische Voraussetzung der Physik der Neuzeit.

Während die Physik der Neuzeit methodisch durch eine Synthese der mathematisch-theoretischen und der experimentellen Methode charakterisiert ist, spielte in der Physik des Aristoteles die Mathematik keine und das Experiment nur eine untergeordnete Rolle. Aristoteles ging innerhalb seiner Physik in wesentlichen von einem sensualistisch-realistischen erkenntnistheoretischen Konzept aus. Viele seiner „physikalischen" Aussagen haben daher den Augenschein für sich. Das trifft für die physikalischen Erkenntnisse seit Galilei nicht mehr zu. Die mathematisch-theoretische Methode, wie sie die Physik der Neuzeit benutzt und im Prinzip ständig verfeinert, ist streng daran gebunden, daß sie mit idealisierten ideellen Objekten und Prozessen in ihrer Abstraktheit arbeitet, die für materielle in ihrer Konkretheit stehen. Experimente werden gemacht, um die zu untersuchenden Objekte und Prozesse unter mehr oder minder kontrollierbaren Bedingungen zu erforschen. Das erkennende Subjekt hat es also nach diesem, für Aristoteles völlig undiskutablen, methodischen Konzept mit einem *Objekt* zu tun, das sowohl über die materiell-gegenständlichen Eingriffe im Experiment als auch über ideelle Eingriffe in der mathematisierten Theorie und in der Beobachtung zugleich ein *Produkt des erkennenden Subjektes* ist. Im Gegensatz zu Behauptungen in konstruktivistischen und konventionalistischen Fehldeutungen dieses Umstandes unterliegt die *Konstituierung des Forschungsobjektes*, das immer für ein anderes, nämlich das konkrete, zu erkennende Objekt steht, sehr restriktiven Forderungen der *Adäquatheit*. Deshalb auch ist die Tatsache, daß jeder Erkenntnisprozeß und mithin auch der der Konstituierung des Forschungsobjektes ein gesellschaftlicher Prozeß ist, für die Physik von weitaus geringerer Bedeutung als etwa für die Politische Ökonomie oder eine andere Gesellschaftswissenschaft. Festzuhalten bleibt, daß man, wie die Erfolge der Physik ausweisen, um Naturgesetze erkennen zu können, ein methodisches Verfahren benötigt, welches sich der Totalität des universellen Zusammenhangs bewußt bleibt und zugleich aus diesem universellen Zusammenhang allgemein-notwendige und wesentliche Zusammenhänge herauszulösen gestattet. Diese *dialektische Widersprüchlichkeit* [136] des *materialistischen Widerspiegelungsgedankens* rechtfertigt die Redeweise vom *„Zwang zur Dialektik"* im physikalischen Forschungsprozeß.

Die im Forschungsprozeß der Physik erfolgreich angewandten Methoden haben Voraussetzungen, die es im Hinblick auf unsere Fragestellung nach dem adäquaten philosophischen Naturbild zu fixieren gilt. Die *experimentelle Methode* setzt voraus, daß unter gleichen wesentlichen Bedingungen gleiche Resultate erzielt werden, daß wissenschaftliche Experimente also an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten reproduzierbar sind. Das jedoch ist nur möglich, wenn in den steten Veränderungen in der objektiven Realität zugleich auch relativ Unveränderliches vorhanden ist. Die *mathematisch-theoretische* Methode setzt die Bil-

[18] Vgl. H. Hörz, Ist die naturphilosophische Bewegungsauffassung von Hegel mit der modernen Naturwissenschaft vereinbar? In: R.-P. Horstmann, M. J. Petry (Hrsg.), Hegels Philosophie der Natur, Stuttgart 1986, S. 331-349.
[19] Vgl. H. Hörz, Ist die naturphilosophische Bewegungsauffassung von Hegel mit der modernen Naturwissenschaft vereinbar? In: R.-P. Horstmann, M. J. Petry (Hrsg.), Hegels Philosophie der Natur, Stuttgart 1986, S. 331-349.

dung von Größen und deren praktische Meßbarkeit voraus. Die Größenbildung ist nur unter der Voraussetzung qualitativer und quantitativer Bestimmtheit und Bedingtheit der Objekte und Prozesse denkbar. Die Meßbarkeit von Größen ist streng daran gebunden, daß in den steten Veränderungen in der objektiven Realität Maßstäbe auffindbar sind, die selbst relativ unveränderlich bleiben (also praktisch als unveränderlich behandelbar sind) und Veränderungen damit erst vergleichbar machen.

Obwohl im Prozeß der Herausbildung der Physik der Neuzeit die entsprechenden erkenntnistheoretischen und methodischen Fragen – ausgehend von den damals verfügbaren philosophisch-weltanschaulichen Positionen – intensiv erörtert wurden, konnte man mit den großartigen Erfolgen der ganzen neuen Wissenschaft über einen sehr alten Gegenstand (Mechanik) den Eindruck gewinnen, daß es fürderhin gar keiner subtiler erkenntnistheoretischer Erörterungen in der Physik mehr bedürfe (Wurzel positivistischen Denkens). Indem die bewährten Methoden vervollkommnet und auf neue Gegenstände angewandt wurden, konnten in der physikalischen Forschung beachtliche Erfolge erzielt werden. Dabei wurde der Gedanke nahegelegt, daß die Erkenntnisse mathematisierter physikalischer Theorien einfach mit den entsprechenden Sachverhalten in der objektiven Realität zu *identifizieren* und die entsprechenden Erkenntnisprozesse einschließlich der Gesamtheit ihrer Voraussetzungen völlig zu vernachlässigen seien (mechanischer Materialismus). Wenn auf dieser Stufe Philosophie noch einen Sinn [137] haben sollte, dann ausschließlich in der Interpretation der Erkenntnisresultate.

Der als Bedingung für Erkenntnis mindestens seit Kant und Hegel philosophisch reflektierte *Zusammenschluß von erkennendem Subjekt und erkanntem Objekt*, realisiert in der gegenständlichen Auseinandersetzung durch die messende Beobachtung im Experiment und die theoretische Aneignung des Objekts, spielte in den am mechanischen Materialismus orientierten philosophischen Reflexionen über die klassische Physik deshalb keine Rolle mehr. Der *mechanische Materialismus* hat die Existenz objektiver Gesetze hervorgehoben und den Prozeß ihrer Erkenntnis vernachlässigt. Es kam unter seinem Einfluß zu Vorstellungen über die Verdinglichung von Gesetzen. Derartige Vorstellungen wirkten auch noch bei führenden Physikern im 20. Jahrhundert.

Für Einstein beispielsweise waren Naturgesetze einfach „Feststellungen über Realität“[20]. Für Planck kam vor aller Wissenschaft „der Glaube an eine vollkommene Gesetzlichkeit in allem Geschehen“.[21] Diese Gesetzlichkeit käme uns nur deshalb nicht zum Bewußtsein, stellte er fest, „weil wir erstens nur über mangelnde Sinnesorgane bzw. Meßinstrumente verfügen, und weil wir zweitens bei der Erforschung eines Vorgangs immer zugleich einen Eingriff in seinen Verlauf machen“[22]. Während wir den ersten Mangel leicht durch Steigerung der Empfindlichkeit der Meßgeräte kompensieren könnten, wurde der zweite als wesentlich tiefer liegend erkannt. Streng genommen sei es sogar verboten, „von einem ‚Vorgang‘ unabhängig von der Methode seiner Erforschung zu reden. Da wir das aber doch gerne tun wollen, so bleibt uns nichts übrig, als uns möglichst weit von ihm zu entfernen, ihn möglichst von außen zu betrachten. Dann wird seine Gesetzlichkeit immer besser hervortreten“.[23] Gerade das jedoch ist nach dem *Bohrschen Komplementaritätsargument* (1927) nicht zu erwarten. Es hat sich jedenfalls für die Quantenmechanik gezeigt, daß die materiell-gegenständlichen Beobachtungsbedingungen den Gebrauch eines bestimmten Begriffes nahelegen und zugleich für den komplementären Begriff die Definitionsmöglichkeiten in exakt angebbarer Weise einschränken. Damit aber ist die materiell-gegenständliche Einwirkung des erkennenden Sub-

[20] A. Einstein, Physics and Reality, in: Ideas and Opinions, New York 1954, S. 294.
[21] M. Planck, Brief an Niels Bohr vom 19.10.1930, in: Bohr Scientific Correspondence (im folgenden: BSC) 24,3.
[22] Ebenda.
[23] Ebenda.

jekts auf das zu erkennende Objekt nicht völlig un-[138]abhängig von der ideell-theoretischen. Die jeder begrifflichen Fixierung inhärenten Idealisierungen sind keineswegs prinzipiell nur ideeller Natur. Der mit dem Komplementaritätsargument gegebene Zusammenhang der verschiedenen Komponenten der Erkenntnistätigkeiten von Subjekten und den Resultaten dieser Tätigkeiten ist durch keine noch so große räumliche oder zeitliche Entfernung vom jeweiligen Objekt aufhebbar.

Da für die Objekte der *klassischen Physik* die Einwirkung des Meßgerätes auf die Eigenschaften des zu messenden Objektes praktisch vernachlässigbar war, konnten die klassischen Theorien in erster Näherung durchaus noch als vom Subjekt völlig unabhängige *Objekttheorien* angesehen werden. Das ist aber angesichts der Problematik des Meßprozesses in der Mikrophysik und der komplizierten Interpretation der Größen des quantenmechanischen Formalismus nun nicht mehr voraussetzungslos möglich. Es muß erst geprüft werden, inwiefern die Begriffe und Strukturen der Theorie über Entsprechungen in den Eigenschaften und Beziehungen der real eistierenden Objekte und Prozesse verfügen. Dabei muß das *erkennende Subjekt* in einer spezifischen Weise in die Erörterungen einbezogen werden.

In der physikalischen Theorie verschärft sich also der in der dialektisch-materialistischen Erkenntnistheorie bekannte Zwang, die Resultate des Erkenntnisprozesses nicht in der Isolation von diesem Prozeß, das Objektive nicht in der metaphysischen Trennung vom Subjektiven zu fassen, sondern die für jede erkenntnistheoretische Erörterung unverzichtbare *Subjekt-Objekt-Dialektik* in ihrer konkreten dialektischen Widersprüchlichkeit zu analysieren. Mit dem Komplementaritätsargument wird mindestens auf der Ebene der die Beobachtung und das Experiment widerspiegelnden theoretischen Begriffe nun auch für die Physik klar, was die Philosophie bereits deutlich herausgearbeitet hat: Das Subjekt vermag nur zu erkennen, indem es sich mit dem Objekt auseinandersetzt (materiell-gegenständlich und ideell-theoretisch). Die Subjekt-Objekt-Dialektik aber hebt die Frage nach der Quelle der Erkenntnis nicht auf und ist deshalb nicht identisch mit der Beziehung von Materie und Bewußtsein. Bei aller Kompliziertheit realer Subjekt-Objekt-Beziehungen bleibt die objektive Realität außerhalb und unabhängig von unserem Bewußtsein [139] die Quelle unserer Erkenntnis, ist das Primat der Materie gegenüber dem Bewußtsein erkenntnistheoretisch absolut.

Zusammengefaßt lassen sich also folgende drei Entwicklungsstufen für das Verständnis der Subjekt-Objekt-Dialektik in der Geschichte der physikalischen Naturerkenntnis unterscheiden:

1. Das Erkenntnissubjekt vermag das Erkenntnisobjekt zu erkennen, ohne darauf materiell-gegenständlich einzuwirken oder es ideell-theoretisch zu manipulieren (Aristoteles).

2. Das Erkenntnissubjekt vermag das Erkenntnisobjekt nur zu erkennen, indem es darauf materiell-gegenständlich einwirkt und es ideell-theoretisch in spezifischer Weise aufbereitet. Dabei sind die ideell-theoretischen Eingriffe von den materiell-gegenständlichen im Prinzip unabhängig, letztere für die Theorie faktisch vernachlässigbar (Galilei, Newton).

3. Das Erkenntnissubjekt vermag das Erkenntnisobjekt nur über materiell-gegenständliche und ideell-theoretische Eingriffe zu erkennen. Da die materiell-gegenständlichen und die ideell-theoretischen Eingriffe einander wechselseitig bedingen und bestimmen, lassen sich weder die einen noch die anderen vernachlässigen, sondern bedürfen der Analyse ihres konkreten Zusammenhangs (Bohr).

Davon ausgehend, wollen wir uns nunmehr im Kontext des unter 3. skizzierten Naturverständnisses der philosophischen Problematik der Mathematisierung naturwissenschaftlicher Erkenntnisse zuwenden. Dabei spielt das Problem der sprachlichen Fassung naturwissenschaftlicher Erfahrungen eine besondere Rolle. Anknüpfend an Überlegungen Bohrs zur

Funktion der *Mathematik als Sprache* stellt H. P. Dürr fest: „Erfahrung ist nur dann wissenschaftlich faßbar, wenn ihre Inhalte in unserer Umgangssprache ausgedrückt werden, denn nur dann läßt sich eindeutig mitteilen, was beobachtet oder gemessen wurde. Die Mathematik ist dabei nur eine besonders verfeinerte Form der Umgangssprache. Sie weist den Begriffen der Sprache eine präzise Bedeutung zu und vermeidet jene Mehrdeutigkeit, die von ihrer anderen Funktion herrührt: Symbol und Gleichnis für das Transzendente zu sein.“[24] Obgleich hier in weltanschaulicher Vagheit nur vom „Transzen-[140]denten“ gesprochen wird, für das die mathematischen Begriffe – „Symbol und Gleichnis“ seien, ist unübersehbar, daß für den Physiker die Erfolge der Mathematisierung seiner Wissenschaft nicht allein unter Hinweis auf die für die wissenschaftliche Faßbarkeit von Erfahrung besonders geeignete Sprache erklärt werden können, ja daß er auch nicht bei Erfahrung stehenbleiben kann.

R. Rompe und H.-J. Treder haben die von A. Einstein 1921 gestellte Frage „Warum paßt die Mathematik so gut auf die Physik?“ ausführlich diskutiert und sind dabei letztlich zu folgender Einsicht gekommen: „Das unmittelbar Beobachtbare, das direkt Meßbare genügt im allgemeinen keinen einfachen und durchsichtigen mathematisch formulierbaren Gesetzen. Erst durch die Erkenntnis, daß die Mannigfaltigkeit der primären Sinnenwelt durch die Einsicht, daß der Mikrokosmos sehr viel reichhaltiger ist als das makroskopisch Gegebene, ist es möglich, auf einsichtige Naturgesetze zu stoßen, die einen erfolgreichen Einsatz der Mathematik möglich machen. Die Hauptleistung der Theorie ist es nach *Hertz,* gerade diese Erweiterung des Realitätsbegriffs zu erbringen.“[25]

Was ansonsten sehr oft als selbstverständliche Voraussetzung in die Diskussionen zum Verhältnis von Mathematik und Wirklichkeit eingebracht wird, die Existenz mathematisierter physikalischer Theorien, problematisieren die Autoren mit H. Hertz dahingehend, daß die Hauptleistung physikalischer Theorien in einer solchen *Erweiterung des Realitätsbegriffs* besteht, die den Einsatz der Mathematik sichert. Damit wird auf die Aktivität des *Theorien entwerfenden Physikers* bei der Konstitution der Objekte physikalischer Theorien verwiesen. Es handelt sich dabei weder um einfache Beschreibungen (im Sinne von Kirchhoff) noch um mechanische Abbilder (im Sinne des mechanischen Materialismus), sondern immer um eine dialektische Einheit von Abbild und Entwurf (H. Ley). Dies aber ist bereits in der klassischen Physik der Fall; nicht erst „die Einsicht, daß der Mikrokosmos sehr viel reichhaltiger ist als das makroskopisch Gegebene“ führt zur Erweiterung des Realitätsbegriffs. Auch der Realitätsbegriff der klassischen Mechanik ist nicht einfach das makroskopisch Gegebene, sondern eine mathematisierungsfähige Fassung dieses Gegebe-[141]nen, also ein ganz bestimmter theoretischer Entwurf. Die Mathematisierbarkeitsvoraussetzung der klassischen Physik ist ebenso wie die der modernen Physik in einer erst von der Theorie geleisteten Erweiterung des Realitätsbegriffs zu sehen. Damit aber erscheint die bereits mathematisierte Theorie als Voraussetzung ihrer Mathematisierbarkeit. Wir geraten somit in einen Zirkel, den undialektisches Begründungsdenken nicht aufzulösen vermag. Der Ausweg aus diesem Zirkel ist allein in der Dialektik der physikalischen Forschungspraxis in Geschichte, Gegenwart und Zukunft zu suchen.

Angeregt durch die Erkenntniskritik Kants (nicht der dogmatisierten Festschreibung ihrer subjektiv-idealistischen Konsequenzen) lassen wir uns dabei – wie eingangs bereits betont – von der Hypothese leiten: *Die Zusammenhänge materieller Objekte und Prozesse sind prinzipiell nicht mit mathematischen Strukturen zu identifizieren, lassen sich aber mittels mathematischer Strukturen im Verlaufe des menschlichen Erkenntnisprozesses immer adäquater widerspiegeln*. Diese Hypothese geht davon aus, daß die Erfahrung in Form von Meßdaten aus physikalischen Experimenten und systematischen Beobachtungen die für einen Objektbe-

[24] H.-P. Dürr, Das Netz des Physikers, München, Wien 1988, S. 111.
[25] R. Rompe, H.-J. Treder, Zählen und Messen, Berlin 1985, S. 51.

reich gegebenen Möglichkeiten des Entwurfs mathematischer Strukturen nicht eindeutig auf eine Realstruktur zu reduzieren erlaubt. Damit werden weder Grenzen des Mathematisierungsprozesses postuliert, noch wird der Materialismus gefährdet. *Philosophischer Materialismus* aber läßt sich nur als dialektischer durchhalten. Die Dialektik des Erkenntnisprozesses ist für *jeden* Begriff, also auch jeden der mathematisierten Naturerkenntnis zu beachten. Behauptungen, zwischen der Theorie der Dialektik und mathematisierten wissenschaftlichen Theorien müsse es zu logischen Widersprüchen kommen, entbehren jeglicher Grundlage.

Nach der hier vertretenen Hypothese wird der Mathematisierungsprozeß durch den dialektischen Widerspruch vorangetrieben, daß die Zusammenhänge in der objektiven Realität durch mathematische Strukturen repräsentiert werden, jedoch nicht mit ihnen identisch sind. Das ist mehr als der Neukantianismus mit der Betonung des Symbolcharakters des Mathematischen zu leisten vermag[26] und geht auch über die durch Wittgensteins Übergang vom [142] Tractatus logicophilosophicus“ zu den „Philosophischen Untersuchungen“ gegebene „linguistische Wendung in der Philosophie“ mit ihrem „vielleicht wichtigsten Resultat für die Wissenschaftstheorie, nämlich der Problematisierung der mathematischen Isomorphiebegriffes“[27] hinaus. Damit wird weder einer „Kreis der europäischen Wissenschaften“ das Wort geredet (E. Husserl), noch eine „alternative Physik“ nach Bergsonschen oder anderen philosophischen Vorgaben gefordert. – Die hier vertretene philosophische Hypothese läßt der naturphilosophischen Spekulation keine solchen Freiräume, wie sie etwa durch B. Russels apodiktische Behauptung eröffnet wurden: „Die Physik ist nicht darum mathematisch, weil wir so viel von der physikalischen Welt wissen, sondern gerade, weil wir so wenig von ihr wissen; nur ihre mathematischen Eigenschaften vermögen wir zu entdecken.“[28] Der seit der Auflösung des mechanischen Materialismus zu beobachtende Wandel des physikalischen Weltbildes hat viele der vorher mit mehr oder minder großer Selbstverständlichkeit vorausgesetzten philosophischen Überzeugungen ins Wanken gebracht; völlig unerschüttert aber ist dabei die Auffassung der Physiker geblieben, daß diese Wissenschaft auch bei allen zukünftigen Erkenntnisfortschritten eine *mathematisierte* Wissenschaft bleiben wird. Das bildet den Hintergrund der in unserem Jahrhundert wieder aufblühenden platonistischen Ideen, die verschiedentlich sogar bis zur Möglichkeit der Rehabilitierung des Kantschen „Ding an sich“ getrieben wurden. So etwa schrieb W. Heisenberg: „Für den Atomphysiker ist das ‚Ding an sich‘, sofern er diesen Begriff überhaupt gebraucht, schließlich eine mathematische Struktur. Aber diese Struktur wird, im Gegensatz zu Kant, indirekt aus der Erfahrung erschlossen. Bei dieser abgeänderten Deutung ist das Kantsche a priori indirekt mit der Erfahrung insofern verknüpft, als es durch die Entwicklung des menschlichen Denkens in einer weit zurückliegenden Vergangenheit gebildet wurde.“[29] Das Apriori der Erkenntnis wird also zum Aposteriori der Evolution des Erkenntnisvermögens und der Erkenntnisstrukturen – ein Gedanke, auf den sich die evolutionäre Erkenntnistheorie“ stützt, der aber in unserem Zusammenhang nicht weiter diskutiert werden kann. Wir wollen mit der bisher eingebrachten historischen und systematischen Sicht auf die philosophische Dimension [143] des Mathematisierungsproblems der Physik nunmehr noch ein generelleres Problem unserer Dialektikforschung aufgreifen.

---

[26] Vgl. E. Cassirer, Philosophie der symbolischen Formen III. Phänomenologie der Erkenntnis, Berlin 1929, S. 511.

[27] J. Götschl, Zur Grundlegung einer historischen Wissenschaftsforschung. in: C. Burrichter (Hrsg.), Grundlegung der historischen Wissenschaftsforschung, Basel, Stuttgart 1979, S. 185.

[28] B. Russell, Mensch und Welt, München 1930, S. 173.

[29] W. Heisenberg, Physik und Philosophie, Frankfurt/M. 1970, S. 70.

2. Dialektische Widersprüche in der physikalischen Bewegungsform der Materie

Eine der entscheidenden Fragen für das von Engels unterstellte dialektisch-materialistische Naturverständnis lautete, *ob* und *wie* dialektische Widersprüche der Natur mittels mathematisierter Naturerkenntnis theoretisch abbildbar sind.[30] Im folgenden soll dazu ein philosophisches Forschungsprogramm vorgestellt werden, das geeignet erscheint, Erkenntnisfortschritte hinsichtlich der dialektischen Widersprüche in der physikalischen Bewegungsform der Materie zu erzielen.[31]

In der internationalen marxistisch-leninistischen philosophischen Literatur gibt es Arbeiten mit einer Fülle – hier nicht zu referierender – Überlegungen zur dialektisch-materialistischen Interpretation vorhandener physikalischer Erkenntnisse. Dabei werden in unterschiedlicher Weise die mathematisierten physikalischen Erkenntnisse selbst als dialektisch widersprüchliche oder aber als den dialektischen Widerspruch ausschließende behandelt. Im letzteren Fall erscheint der *dialektische Widerspruch* erst als *Resultat der philosophischen Interpretation* einer physikalischen Erkenntnis. In jedem Fall aber ist die philosophische Interpretation vorhandener, in ihrer Statik belassener physikalischer Erkenntnisse der Frage ausgesetzt, was sie wissenschaftlich eigentlich gegenüber dem bereits Bekannten zu leisten vermag. Unbestreitbar sind auf diesem Wege weitere Präzisierungen des kategorialen Apparates des dialektischen Materialismus möglich. Zweifelsohne tragen derartige Präzisierungen dazu bei, das Kategoriengefüge der marxistisch-leninistischen Philosophie in Übereinstimmung mit neuesten Ergebnissen der Naturwissenschaften zu vervollkommnen. Es erscheint aber zweifelhaft, ob auf diesem Wege das heuristische Potential unserer Philosophie für die Naturwissenschaften voll zur Entfaltung gebracht werden kann. Immer wieder hört man nämlich von Naturwissenschaftlern, die mit philosophischen Interpretationen ihnen wohlbekannter Resultate ihrer Wissenschaft konfrontiert werden, daß man solches durchaus tun, aber es auch [144] ebenso gut unterlassen könne. Geschieht dies theoretisch gerechtfertigt für Untersuchungen, die sich zum Ziel gesetzt haben, objektive dialektische Widersprüche der Natur aus fixierten naturwissenschaftlichen Erkenntnissen interpretierend zu rekonstruieren, dann werden derartige Arbeiten wohl wenig dazu beitragen können, die Naturdialektik als *die*, dem Erkenntnisstand der Naturwissenschaften adäquate, theoretische Position der Philosophie auszuzeichnen. Sie ist dann nur noch eine unter mehreren möglichen. Es muß dabei unklar bleiben, wie eine Abgrenzung vom philosophischen Pluralismus aussehen könnte.

Im folgenden soll davon ausgegangen werden, daß man dieser Gefahr am wirkungsvollsten begegnet, wenn konsequent von dem Gedenken der Klassiker der marxistisch-leninistischen Philosophie ausgegangen wird, jedes *philosophische Problem* in den ihm eigenen *historischen Dimensionen* zu analysieren. Dazu bietet sich methodisch das unter Rückgriff auf Kant von Narski eingeführte Konzept der *Problemantinomien* an.[32]

Unter Problemantinomien sollen Situationen verstanden werden, die immer wieder im Erkenntnisprozeß auftauchen und dadurch gekennzeichnet sind, daß zwei sich wechselseitig negierende Urteile (These und Antithese) innerhalb mehr oder minder formalisierter bzw. mathematisierter Theorien oder Theorieansätze gleichzeitig beanspruchen, wahr zu sein. Die Struktur dieser Widersprüche ist also zunächst die eines logischen Widerspruchs. Es soll sich

---

[30] Vgl. U. Röseberg, Dialektischer Widerspruch und Natur. Überlegungen zur Relevanz des Engelsschen Konzepts für mathematisierte Naturwissenschaften, in: M. Buhr, H. Hörz (Hrsg.), Naturdialektik – Naturwissenschaft, a. a. O., S. 49-76.

[31] Vgl. U. Röseberg, Dialektische Widersprüche in der physikalischen Bewegungsform der Materie, in: G. Bartsch (Hrsg.), Der dialektische Widerspruch, Berlin 1986, S. 102-125.

[32] Die methodologischen Voraussetzungen des nachfolgenden Vorgehens werden ausführlich diskutiert in: U. Röseberg, Szenarium einer Revolution. Nichtrelativistische Quantenmechanik und philosophische Widerspruchsproblematik, Berlin 1984.

bei ihnen aber nicht um logische Widersprüche handeln, weil fehlerhafte Anwendungen der logischen Schlußregeln ausgeschlossen werden. Das jedoch bedeutet, daß man von einem im Erkenntnisprozeß tatsächlich auftauchenden Widerspruch erst im Resultat eines mehr oder minder aufwendigen Forschungsprozesses wird sagen können, ob er einfach einem Fehler geschuldet ist (und damit letztlich doch einen logischen Widerspruch darstellt) oder ob er als Problemantinomie (und damit als dialektischer Widerspruch auf der Ebene der subjektiven Dialektik) anzusehen ist. Solange dies nicht festgestellt wurde, muß man innerhalb des entsprechenden Gedankengebäudes mit dem entsprechenden Widerspruch „leben".

Wenn einmal erkannt ist, daß These und Antithese nicht zugleich und in derselben Beziehung gelten, hat man den logischen [145] Widerspruch ausgeschlossen und unter der Voraussetzung, daß die Lösung des mit These und Antithese bezeichneten Problems nur über eine dialektische Synthese beider erfolgen kann, liegt dann auch eine Problemantinomie vor. Ist ein Widerspruch auf der Ebene der subjektiven Dialektik als Problemantinomie erkannt oder muß begründet vermutet werden, daß es sich um eine solche handelt, beginnt jener Prozeß, den man mit Hegel als „Aushalten des Widerspruch" bezeichnen kann. Das heißt: es setzen innerhalb entsprechender Forschungsprogramme konkrete Versuche ein, diesen Widerspruch aufzuheben. Er wird damit zur Quelle der weiteren Entwicklung der Erkenntnis, jenes Prozesses, der vom Nicht-Wissen zum Wissen führt.

In philosophischer Verallgemeinerung der realen Theoriendynamik der Physik als eines historischen, und damit dialektisch-widersprüchlichen Prozesses, also eines Prozesses, der durch die Einheit von Kontinuität und Diskontinuität, von Wissensakkumulation und revolutionären Umbrüchen im Gefüge wissenschaftlicher Erkenntnisse charakterisiert ist, wird die *Dialektik* für das philosophische Verständnis der entsprechenden Erkenntnisse *unausweichlich*. Solange man darauf hoffen kann, alle im physikalischen Forschungsprozeß und seinen Resultaten auftauchenden Widersprüche sukzessive eliminieren zu können, gibt es keine Notwendigkeit anzunehmen, daß manchen dieser Widersprüche etwas vom Erkenntnisprozeß Unabhängiges in der objektiven Realität entspricht. Kommt man aber ausgehend vom Prinzip der Unerschöpflichkeit der Materie bei der Analyse des wissenschaftshistorischen Materials zu der Überzeugung, daß eine Reihe von Widersprüchen auf der Ebene der subjektiven Dialektik Problemantinomien darstellen, deren Lösung in der dialektischen Synthese von These und Antithese besteht, dann scheint dies die Annahme nahezulegen, daß derartigen dialektischen Widersprüchen auf der Ebene der subjektiven Dialektik *objektive dialektische Widersprüche der Natur* zugrunde liegen. Wird weiterhin berücksichtigt, daß eine Reihe dieser Problemantinomien in dem mehr als 2 Jahrtausende währenden Ringen der Menschheit um rationale wissenschaftliche Erkenntnisse über die Natur zugleich mit der Lösung der konkreten physikalischen Probleme auf höherer Ebene in der physikalischen Forschung immer wieder neu gesetzt wurden [146] und bis heute als fundamentale Problemantinomien der Physik anzusehen sind, dann gibt es unseres Erachtens zu der Annahme objektiver dialektischer Widersprüche in der physikalischen Bewegungsform der Materie keine vernünftige Alternative mehr.

In philosophischer Verallgemeinerung bisheriger, sicher noch sehr fragmentarischer Überlegungen zur Geschichte der Auseinandersetzungen mit den Problemantinomien Einheit und Vielfalt, Sein und Werden, Kontinuität und Diskontinuität, Aktives und Passives, Repulsion und Attraktion, Zufall und Notwendigkeit, Holismus und Atomismus, Kausalität und Finalität, Symmetrie und Asymmetrie kann man für Struktur-, Bewegungs- und Entwicklungsauffassungen in der Physik generalisierend feststellen, daß vermutlich jedes in Form logisch widerspruchsfreier mathematischer Strukturen unterstellte Weltbild früher oder später zu eng wird. Der Ausweg aus dieser Situation ist nun aber nicht in einem Verzicht auf philosophische Weltbildvorstellungen überhaupt zu suchen, sondern vielmehr darin, daß bei aller notwendigerweise zu fordernden theoretischen Bestimmtheit ein genügend flexibles, ausbaufähiges Weltbild angestrebt wird. Zu dessen begrifflicher Bestimmung benötigt man die Kategorien der materialistischen Dialektik. D. h. ein für die naturwissenschaftliche Forschung heuristisch fruchtbares *philosophisches Weltbild* muß in Übereinstimmung mit den aus der Geschichte der Physik ablesbaren Tendenzen ein Weltbild sein, das die dialektische Widersprüchlichkeit von Einheit und Vielfalt, Sein und Werden, Kontinuität und Diskontinuität, Aktivem und Passivem. Repulsion und Attraktion, Zufall und Notwendigkeit, Holismus und Atomismus, Kausalität und Finalität, Symmetrie und Asymmetrie einbezieht. Die Konturen eines solchen Weltbildes sind in der „Dialektik der Natur" von Friedrich Engels vorgezeichnet und mit den philosophischen Verallgemeinerungen aus der zukünftigen Physikentwicklung heute weiter zu verschärfen. Dabei ist zu beachten, daß spätestens seit Hegel die zur Charakterisierung der Problemantinomien benutzten Begriffe selbst als dialektisch widersprüchliche Begriffe verstanden werden müssen.

In Auseinandersetzung mit Auffassungen, denen zufolge Naturdialektik auf Ontologie reduziert werden soll, war bereits festgehalten worden, daß wir weder mit Leibniz von prästabilierter [147] Harmonie zwischen Denken und Sein, noch mit Hegel von deren Identität ausgehen können. Über die *objektiven dialektischen Widersprüche in der Natur* können wir etwas erfahren, indem wir die *dialektischen Widersprüche des Erkenntnisprozesses und seiner Resultate in ihren historischen Dimensionen* untersuchen. Dabei müssen alle philosophischen Behauptungen als wissenschaftlich unseriös erscheinen, die davon ausgehen, diese oder jene widersprüchliche Eigenschaft der Materie hätte gar nicht anders sein können als die schließlich aufgefundenen physikalischen Gesetze besagen. Das Engelssche Konzept von der Dialektik der Natur mit seinem theoretischen Kern in der Behauptung von der Existenz objektiver dialektischer Widersprüche der Natur erweist seine heuristische Fruchtbarkeit nicht durch die spekulative Vorwegnahme naturwissenschaftlich zu erforschender Gesetzeszusammenhänge, sondern dadurch, daß es die Naturwissenschaftler darauf vorbereitet, beim Eindringen in Struktur-, Bewegungs- und Entwicklungsgesetze der Natur auf dialektisch widersprüchliche Beziehungen zu stoßen, in den Resultaten des Erkenntnisprozesses die Dialektik dieses Prozesses in spezifischer Weise gebrochen wiederzufinden und ständig gezwungen zu werden, von einmal gesicherten Erkenntnissen ausgehend, zu neuen vollkommeneren Erkenntnissen überzugehen.

Lenin hat dies in Übereinstimmung mit den entsprechenden Feststellungen von Engels (insbesondere im „Anti-Dühring" und in der „Dialektik der Natur") auf die These gebracht: „Alle Grenzen in der Natur sind bedingt, relativ, beweglich, drücken das Näherkommen unseres Verstandes an die Erkenntnis der Materie aus, was aber nicht im mindesten beweist, daß die Natur, die Materie selbst nur ein Symbol, ein konventionelles Zeichen, d. h. ein Produkt unseres Verstandes sei."[33]

Der eingeschlagene Weg, *dialektische Widersprüche der Natur* nicht unmittelbar aus den logisch widerspruchsfrei formulierten mathematisierten Erkenntnissen der Physik abzuleiten, sondern als *Grenzwerte im historischen Ringen mit bereits in der antiken Naturphilosophie erahnten Problemantinomien* aufzufassen, ist nicht mit einem Verfahren zu verwechseln, wonach nunmehr die dialektischen Widersprüche der Natur zum unerkennbaren Kantschen „Ding an sich" werden. Wenn es um Widersprüche in der objektiven [148] Realität geht, dann aber muß auch für deren begriffliche Fixierung gelten, was für alle wissenschaftlichen Begriffe Bestand hat: „... der Begriff einer Sache und ihre Wirklichkeit laufen nebeneinander wie zwei Asymptoten, sich stets einander nähernd und doch nie zusammentreffend. Dieser Unterschied beider ist eben der Unterschied, der es macht, daß der Begriff nicht ohne weiteres, unmittelbar, schon die Realität, und die Realität nicht unmittelbar ihr eigner Begriff ist.

[33] W. I. Lenin, Materialismus und Empiriokritizismus. in: Werke, Bd. 14, Berlin 1968, S. 282/283.

Deswegen, daß ein Begriff die wesentliche Natur des Begriffes hat, daß er also nicht ohne weiteres prima facie sich mit der Realität deckt, aus der er erst abstrahiert werden mußte, deswegen ist er immer noch mehr als eine Fiktion, es sei denn, sie erklären alle Denkresultate für Fiktionen. weil die Wirklichkeit ihnen nur auf einem großen Umweg, und auch dann nur asymptotisch annähernd, entspricht.“[34]

Die Frage also, ob die objektive Dialektik direkt mittels mathematisierter wissenschaftlicher Erkenntnisse widergespiegelt wird oder aber über einander wechselseitig ausschließende, theoretische Ansätze, bzw. den als Prozeß des Setzens, Lösens und erneuten Setzens von Problemantinomien modellierten Erkenntnisprozeß adäquater gefaßt wird, ist gegenwärtig sicher noch nicht eindeutig entscheidbar. Was hier zu zeigen war, ist die Tatsache, daß die Abbildbarkeit objektiver Dialektik mittels mathematisierter Theorien und Modelle keinesfalls an die vor allem im Isomorphiebegriff unterstellte Identifikationsmöglichkeit mathematischer Strukturen mit objektiv-realen Strukturen gebunden ist. Während die hier favorisierte Position verdeutlicht, daß mit der weiteren Mathematisierung der Wissenschaften die Anstrengung des spezifisch philosophischen Denkens nicht dadurch hinfällig wird, weil die Dialektik einfach aus den mathematisierten Strukturen herausgelesen werden kann, scheint die Gegenposition Philosophie letztlich auf die Interpretation der von anderen Wissenschaftlern gewonnenen Resultate festzulegen. Wenn letzteres zutrifft, dann ist zu erwarten, daß dies die mit der Mathematisierung beschäftigten Fachwissenschaftler sicher besser können als die Philosophen. Wie die Entwicklung der Physik zu belegen scheint, führt aber die Identifikationsstrategie zu erkenntnistheoretischen Problemen, die unter bestimmten Be-[149]dingungen, nämlich in echten revolutionären Situationen, zu Entwicklungshemmnissen für den weiteren Erkenntnisfortschritt werden.

Beide von marxistisch-leninistischen Philosophen vertretenen Hypothesen zur Widerspiegelung objektiver Dialektik mittels mathematischer Strukturen gehen davon aus, daß Mathematisierung keineswegs als Gegentendenz zum vertieften dialektischen Verständnis der objektiven Realität zu verstehen ist. Die *konstruktive Frage des Dialektikers* kann also nicht lauten, ob *Mathematisierung objektiver Dialektik möglich ist*. Sie muß vielmehr lauten: *Wie ist Mathematisierung objektiver Dialektik möglich*? Aus den einander ausschließenden Hypothesen ergeben sich unterschiedliche Forschungsstrategien. Im Rahmen einer philosophischen Theorie, die dialektische Widersprüche als Quelle und Triebkraft von Entwicklung versteht, sollte man den damit gesetzten *Widerspruch* nicht beklagen, sondern ihn vielmehr in der Hoffnung auf Erkenntnisfortschritt zu ertragen und letztlich zu beherrschen suchen. Das verlangt in der gegenwärtigen Diskussionssituation, nicht die rechthaberische Frage abschließend beantworten zu wollen, welche der beiden Hypothesen die tragfähigere ist. [153]

[34] F. Engels, Brief an C. Schmidt vom 12. März 1895, in: MEW, Bd. 39, Berlin 1963, S. 431.

Helge Herwig
Mathematisierung in der physikalischen Theorienbildung

Die mathematische und kategoriale Strukturierung der theoretischen Erkenntnis (kurz Mathematisierung und Kategorisierung genannt) ist *ein* wesentlicher Bestandteil des naturwissenschaftlichen Theorienbildungsprozesses und ein wichtiges methodologisches Problem. – Es stellte sich heraus, daß die aus dem *wissenschaftlich-technischen Fortschritt* (WTF) erwachsenden Probleme sozial-ökonomischer, organisatorischer, wissenschaftlicher, technischer und technologischer Art nicht ohne weitreichende Anwendung mathematischer Methoden und die Mathematisierung des Wissens erfolgreich bewältigt werden können. Die *Mathematisierung des Wissens* ist ein *Hauptfaktor für die Beschleunigung des WTF* geworden.[1]

Eine *durchgreifende* Mathematisierung des Wissens erweist sich erst auf seiner theoretischen Ebene als möglich. Dabei bedingt ein unterschiedlicher Reifegrad der Wissenschaften eine unterschiedliche Intensität der Mathematisierung.[2] Der mathematische Methodenfortschritt mit der mathematischen Begriffsbildung, Axiomatisierung, Modellierung, Algorithmisierung, Simulation, Hypothese, Experiment u. a. bedingt in solchen Naturwissenschaften wie Physik, Chemie, Kristallographie, Biologie usw. und den Technikwissenschaften die Theorienentwicklung im erheblichen Maße. „Dabei kann die Mathematisierung der Wissenschaften auch zu einem heuristischen Mittel werden, um durch mathematische Darstellung des erreichten theoretischen Standes und durch mathematische Modellierung zu nicht interpretierten mathematischen Ausdrücken zu kommen, deren Analyse die Theorienentwicklung fördert."[3]

Das mit dem heutigen Stadium des WTF eng verbundene und sich – in diesem Zusammenhang – verändernde *Wissenschaftsbild* orientiert das theoretische Denken auf das Begreifen, Akzeptieren und bewußte Gestalten der dialektischen Wechselbeziehung von mathematischem *Methodenfortschritt* und physikalischer *Theorienentwicklung*. Grundlage dieser Wechselbeziehung ist die von F. Engels in seinem Entwurf „Dialektik der Natur" bereits vermerkte „Tatsache, daß unser subjektives Denken und die objektive [154] Welt denselben Gesetzen unterworfen sind und daher auch beide in ihren Resultaten sich schließlich nicht widersprechen können, sondern übereinstimmen müssen". Sie „beherrscht absolut unser gesamtes theoretisches Denken" und „ist seine unbewußte und unbedingte Voraussetzung."[4] Die im Rahmen der WTF ermöglichte Erweiterung der Mathematisierungsprozesse zur Theorienbildung, etwa z. B. durch den Einsatz von Computern, die „Computerisierung" des Wissens, hat diese – nahezu – selbstverständliche Auffassung erneut problematisiert. Neuartige Erkenntnisprozesse (Systemanalysen. Interpretationsmechanismen für abstrakte Theorien, wie z. B. für die Quantentheorie usw.). führen euch zu neuen Wissenschaftsbildern.

Hinter dem wissenschaftstheoretischen und praktischen Problem der „Computerisierung" steht die alte Frage nach der prinzipiellen Möglichkeit der Naturerkenntnis mit Hilfe der Mathematik. Logik und Mathematik liefern Instrumentarien, womit die Naturwissenschaften die Wirklichkeit einzufangen trachten. Durch die notwendige Zwischenschaltung weiterer Informationsinstrumentarien (z. B. Computer) wird die *Subjekt-Objekt-Dialektik des Erkenntnisprozesses* komplexer, sein Methodengefüge umfangreicher und die Theorienbildungen. als Resultate des Prozesses tiefer und weitreichender.

---

[1] S.: Materialien des 8. Internationalen Kongresses für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaft, Moskau, August 1987, Abstracts (insbesondere Section 6.).
[2] Vgl. a.: Paul, S.; Ruzavin, G.: Mathematik und mathematische Modellierung. Berlin 1986, S. 158.
[3] Hörz, H.: Mathematisierung der Wissenschaften als philosophisches Problem. In: DZfPh 34 (1986) 9. S. 815.
[4] Engels, F.: Dialektik der Natur. In: MEW, Bd. 20. S. 529.

Die Mathematisierung gilt als ein Charakteristikum „der Hauptrichtung der Zunahme theoretischer Vorstellungen in der Wissenschaft im allgemeinen und in der Naturwissenschaft im besonderen“[5]. Die Zunahme der theoretischen Vorstellungen hat qualitative und quantitative Aspekte. *Mit Hilfe* von mathematischen Theorien und Methoden *kann* die naturwissenschaftliche Erkenntnis effektiv rational organisiert werden bzw. eine adäquate rationale Erkenntnis von strukturellen bis hin zu Entwicklungszusammenhängen der Naturwirklichkeit überhaupt erst ermöglicht werden.

Daraus ergibt sich das *Problem*, ob und inwieweit unter den heutigen Entwicklungsbedingungen einer mathematisierten Naturwissenschaft, wie der Physik, neue Mathematisierungstendenzen im physikalischen Theorienbildungsprozeß zu *Veränderungen des Theorienverständnisses* im physikalischen Erkenntnisprozeß füh-[155]ren könnten.

Die angewandte mathematische Theorie (MT) bildet zusammen mit dem nichtmathematisch gefaßten, dem verbalen begrifflichen Apparat einen *informativen* und *konstruktiven* Teil einer physikalischen Theorie (PT). Die beiden Teile der Theorie (T) dienen zur konkreten *rationalen* Beschreibung der objektiven Wesenszüge physikalischer Realitäten durch das Erkenntnissubjekt im Erkenntnisprozeß. Der Mathematisierungsprozeß bewirkt in diesem Sinne *eine* Form konzentrierter Informationsakkumulation und effektiver Ideenkonstruktion. Sie haben zum Ziel, die Objektverhältnisse (das Verhalten der Objekte zueinander) in gedanklich zugänglicher Form (d. h. über geordnete Abbildungshierarchien und in historisch sukzessiver Weise) für das Erkenntnissubjekt begreifbar und reproduzierbar zu gestalten, um die materiellen Strukturen *adäquat* und quantifizierbar widerzuspiegeln.

Die „Mathematisierung der Wissenschaften mit ihren Tendenzen zur Axiomatisierung der Theorienbildung, mit ihrer Anwendung mathematischer Modelle und der Nutzung der elektronischen Datenverarbeitung (ist) eine wesentliche Richtung der Wissenschaftsentwicklung“[6]. Im Hinblick auf die Mathematisierung von PT lassen sich gegenwärtig zwei Entwicklungsrichtungen innerhalb der genannten Tendenzen erkennen: (1) Entwicklung der Möglichkeiten einer *Strukturaxiomatisierung*, z. B. durch logisch-mathematische Konzeptualisierung und (2) Entwicklung der Möglichkeiten mathematischer Deduktionen durch *Computerisierung*. Die Formierung der diesbezüglichen Möglichkeiten ist immanent verbunden mit wichtigen Entwicklungsproblemen der Physik, die sich allgemein in der Frage zusammenfassen lassen, ob und inwieweit damit auch fundamentale *Verallgemeinerungen* für die Grundlagen der Physik erreicht werden. Das ermöglicht schließlich die bessere rationale Beherrschung des physikalischen Theorienbildungsprozesses auf metatheoretischer Ebene – und dies auf nichttraditionelle Weise. Es werden *metatheoretische bzw. systemtheoretische Strukturaspekte* in den Theorienaufbau eingebracht. Dadurch öffnet sich ein breiteres Feld kreativer Theorienbildungsmechanismen.

[156] In diesem Rahmen entwickelt sich das Theorienverständnis und die Auffassungen über den Theoriebegriff, und es erfolgt eine Präzisierung der Vorstellungen über das Wesen der Mathematisierung im Theorienbildungsprozeß. – Einige diesbezügliche wissenschaftstheoretische Aspekte sollen im weiteren knapp umrissen werden.

Die Art der sich herausgebildeten bzw. noch herausbildenden Theorien in diesem Jahrhundert (Relativitätstheorien, Quantentheorien, Elementarteilchentheorien, Systemtheorien ...) veränderte auch wesentlich das Theorienverständnis in der Physik und beeinflußte die wissenschaftstheoretischen und erkenntnistheoretischen Reflexionen über einzelwissenschaftliche

[5] Satschkow. J. W. Vvedenie v verojatnostnyj mir. Moskva 1971, S. 11.
[6] Hörz, H.: Philosophie und Mathematik. In: Wiss. Zeitschr. d. Hochschule f. Architektur und Bauwesen Weimar 28 (1982) 3/4, S. 234.

Theorienbildungsprozesse. So kann eine physikalische Theorie (PT) – kurz – verstanden werden als ein quasiabgeschlossenes (u. U. quasideduktives) Aussagensystem über (zu Klassen zusammengefaßte) physikalische Abbildstrukturen der objektiven Realität.

Demnach bezieht sich die Mathematisierung auch und insbesondere auf die theoretische Ebene der PT. Die theoretisch-physikalische Erkenntnis ist – wenn sie einen Bereich der praktischen Tätigkeit des Menschen leiten soll – wesentlich darauf gerichtet, die Objekt- und Prozeßstrukturen der Natur aufgrund möglichst weniger Prinzipien gedanklich abzubilden und systematisch darzustellen. Damit kann man unter „Mathematisierung" – nun genauer – die adäquate, mit mathematischen Mitteln durchzuführende rationale Abbildung eines ausschließlich ideellen (konkreten oder abstrakten) Sachverhaltes verstehen.

Das wissenschaftstheoretische Studierfeld dieser Probleme ist breiter, als die durch das Thema vorgegebene Eingrenzung hinsichtlich des Verhältnisses von Physik und Mathematik vermuten läßt. In allen heutigen Naturwissenschaften wirkt der Prozeß der Mathematisierung im Sinne der Formalisierung, d. h. „der mit allgemeinen Strukturbegriffen ausdrückbaren Erfassung formaler Zusammenhänge"[7], mit dem Ziel, die Dinge und Eigenschaften auf einer begrifflichen Ebene in systematischer Weise zu repräsentieren. Die Bildung von starken und ideenleitenden Begriffen (Kategorien) und – darauf fußend – von Überschau gewinnenden Theorien ist ein vortreffliches Ziel der Erkenntnis-Tätigkeit, um immer [157] besser die Struktur (nicht den Inhalt) der Wirklichkeit mathematisch nachzubilden.

Theorien sind somit auch systematische Konstruktionen wahrer Erkenntnisse. In ihnen wird die Wirklichkeit in der Weise des begründeten Vorstellens, systematischen Darstellens als Ganzes abgebildet. Prinzipiell werden in den PT die Erkenntnisobjekte unter dem Aspekt ihres *Seins und* ihres *Erkennens* betrachtet. In der materialistischen Erkenntnistheorie gilt es als ausgemacht, daß Begriffe, Begriffssysteme, also auch die Theorien in den Erkenntnisobjekt*formen* (Strukturen) ihr Korrelat finden (dialektisch-materialistisches Widerspiegelungskonzept).

Kategorien und Theorien kennzeichnen allgemeine strukturelle Beziehungen des Seins und dementsprechende Stufen des Erkennens, d. h., Seins- und Denkformen entsprechen einander. Daß eine solche Einheit immanent die Verschiedenheit einschließt, zeigt sich schon darin, daß die „Logik des Gegenstandes" nicht mit der „Logik der Erkenntnis des Gegenstandes" direkt zusammenfällt. Was unter dem Aspekt des Erkennens als das Letzte und Höchste erscheint (Kategorien, Theorien), ist unter dem Aspekt des Seins das Erste und Tiefste. Jede PT ist ein System deskriptiver symbolischer Darstellungen des Erkenntnisobjekte *und* konstruktiver symbolischer Vorstellungen von Handlungsmöglichkeiten des Erkenntnissubjekts. Hier stehen Metapher und Algorithmus (Abbildstruktur und Funktionalität) in einem komplementären Verhältnis. Aktives Wissen (Reflexion) und potentielle Tätigkeit (Operation) sind in der PT zu einer dialektisch widersprüchlichen Einheit verbunden. Man spricht deshalb von einem komplementaristischen Rationalitätstypus.[8] Die modernen PT, die diesem Rationalitätstypus unterliegen, vollziehen den Objektbezug ihrer theoretischen Konstrukte auf indirekte Weise.

Die Frage nach dem Wesen einer PT ist wahrscheinlich im Grunde eng verknüpft mit der Frage nach dem Wesen des Mathematischen im wissenschaftlichen Denkprozeß. Sie führt auf das zentrale Problem einer „Theorie von Theorien": In der Erkenntnis der Objekte liegt die Möglichkeit zum Erkennen der Erkenntnis, wenn die Reflexion der Erkenntnismittel mit darin einbezogen ist. [158] Diese Möglichkeit verwirklicht sich, wenn das Denken sich selbst

---

[7] Lenk, H.: Philosophische Bemerkungen zu Erfolg und Grenzen der Mathematisierung. In: 16. Weltkongreß für Philosophie. Sektionsvorträge. Düsseldorf 1978. S. 79.

[8] Otte, M.: Komplementarität. In: Dialektik 8, Köln 1984, S. 60-75.

zum Gegenstand des Denkens erhebt. Die entscheidende Bedingung der Möglichkeit wiederum ist aber, daß das Denken nur Gegenstand für sich selber ausschließlich durch seine Tätigkeit wird. Ein mathematischer Kalkül ist sowohl Berechnungsprozedur, Algorithmus wie auch Abbild, abstraktes Modell. Der komplementaristische Charakter mathematischer Kalküle[9] findet sich erstaunlicher Weise zumindest in jeden theoretischen Konzept der Physik wieder, unabhängig davon, wie weit der Mathematisierungsgrad vorangeschritten ist. Da ist die Annahme von R. Rompe und H.-J. Treder[10] nur folgerichtig, daß die theoretische Physik als Modell für die theoretisch-mathematische Behandlung anderer Wissensgebiete dienen kann. Offensichtlich existiert ein gewisser Parallelismus zwischen dem mathematischen Denken und dem allgemeinen theoretischen Denken (auch in anderen wissenschaftlichen Disziplinen). Sollte sich diese Vermutung als faktisch erweisen, wäre sie von tragender Bedeutung für das Theorieverständnis.

Abgesehen von dem ausstehenden dezidierten Nachweis dieser Vermutung durch empirische Fallstudien und historische Rekonstruktionen, könnte jedoch ihre Begründungsidee – in Anlehnung an D. Hilbert[11] – folgende sein: Die objektiven Inhalte einer wissenschaftlichen Disziplin sind durchweg einer Ordnung fähig. Diese Ordnung erfolgt mit Hilfe eines Fachwerks von Begriffen in der Weise, daß dem einzelnen Gegenstand nach einer spezifischen Abbildvorschrift ein Begriff dieses Fachwerkes und jeder Tatsachenaussage (Satz) ebenfalls nach einer besonderen Abbildvorschrift eine logische Beziehung zwischen den Begriffen entspricht.

Der o. g. Parallelismus gründet zumindest auf dem Gebiet der Naturforschung offenbar auf dem tiefer liegenden Parallelismus zwischen mathematischen Denken und den durch das Erkenntnissubjekt erfahrenen Objektbeziehungen der Natur. Hilbert äußert sich zu diesem Sachverhalt wie folgt: „Wir können diese Übereinstimmung zwischen Natur und Denken, zwischen Experiment und Theorie nur verstehen, wenn wir das formale Element und den damit zusammenhängenden Mechanismus auf beiden Seiten der Natur und unseres Verstandes berücksichtigen. Der mathematische Pro-[159]zeß der Elimination liefert, wie es scheint, die Ruhepunkte und Stationen, auf denen ebenso die Körper in der realen Welt, wie die Gedanken in der Geisteswelt verweilen und sich dadurch der Kontrolle und Vergleichung darbieten“.[12]

Der *Prozeß der Mathematisierung* einer PT beginnt mit einer *Trennung und Fixierung der formalen und inhaltlichen Komponente* der Erkenntnisstrukturen (Begriffe, Aussagen etc.). Er endet damit, daß beide Komponenten in ein *dialektisch vielschichtiges*, *komplexes Zusammenspiel* syntaktischer, semantischer und pragmatischer Strukturen sprachlicher Repräsentation geraten. Seit der Galileischen Etappe in der Entwicklung der exakten Naturwissenschaften erreicht die wissenschaftliche Erkenntnis solche Schichten der Realität, die nur mit und in einer *besonderen Sprache darstellbar* sind. Diese Sprache ist eine durch Fachtermini erweiterte und präzisierte Normalsprache (Umgangssprache). Es ist die sog. *Fachsprache* mit einem *spezialisierten* Begriffsapparat und einer eindeutig fixierten *Syntaktosemantik*. Das Buch der Natur ist – wie G. Galilei sagte – in mathematischen Lettern geschrieben. Daraus wird oft geschlossen – sich auf Galilei berufend –, daß die *Mathematik die Sprache der Physik* sei.

Bezogen auf die kulturelle und gnoseologische Situation der beginnenden Neuzeit hat der Ausspruch Galileis mehr als nur metaphorischen Charakter: Diese Redewendung ist intentional und historisch treffend, denn sie weist prononciert auf die damals noch umstrittene Unentbehrlichkeit der Mathematik für die Physik hin. Eine wissenschaftstheoretische Betrach-

[9] Vgl.: Otte, M.: Komplementarität. a. a. O., . 68 f.
[10] S.: Rompe, R.; Treder, H.-J.: Zählen und Messen. Berlin 1985.
[11] S.: Hilbert, D.; Axiomatisches Denken. In: Mathematische Annalen, Bd. 78 (1918) S. 405-415.
[12] Hilbert. D.: Naturerkenntnis und Logik. In: Naturwissenschaften, 1930, S. 959-963.

tung und erkenntnistheoretische Wertung der Notwendigkeit und des Charakters der besonderen Sprache der Naturwissenschaften auf modernem Erkenntnisniveau ergibt folgendes Bild:

1. Unter wissenschaftstheoretischem Aspekt ist die *Galileische Metapher* unkorrekt: Die Mathematik findet längst auch in nichtphysikalischen Disziplinen ihre Anwendung.

2. *Die Kategorialstruktur der Physik*, der entscheidende Bedeutungsträger, wichtig für die Semantik der PT, wird durch die mathematischen Strukturen nicht erfaßt (das gilt z. B. für alle *physikalischen* Begriffe, die auf den Symmetrieeigenschaften der Grundgleichungen beruhen).

[160] 3. Somit zielt offensichtlich die *Anwendung der Mathematik* in der Physik auf die *Syntax der physikalischen Sprache*. Die angewandten mathematischen Strukturen sind also nicht mit den ideellen physikalischen Abbildrepräsentation der materiellen Strukturen in toto verknüpft, sondern sind tatsächlich das *syntaktische Ausdrucksinstrument* der PT.[13]

Unter *erkenntnistheoretischem Aspekt* können diese wissenschaftstheoretischen Sachverhalte als Ausdruck des *Modellcharakters mathematischer Repräsentation* des Aufbaus und Verhaltens physikalischer Systeme gewertet werden. Eine mathematische Theorie (MT), die in eine PT eingeht, „prägt sie wie eine Sprache die Struktur, in der sich der Inhalt präsentiert".[14] Nach H. Hörz ist die „Systematisierung und Ausgestaltung formaler mathematischer Systeme (...) ein wichtiger Beitrag, um theoretische Voraussetzungen für die Darstellung objektiv-realer Strukturen zu schaffen"[15].

Einen Einblick über die Stellung der Mathematik in der modernen Physik kann man anhand des *Zusammenhangs von MT und PT erfahren*. Wie bereits festgestellt wurde, wirkt die Mathematik auf die Syntax der physikalischen Sprache. Diese Syntax wird durch einen in der jeweiligen PT verwendeten mathematischen Kalkül (der eng mit einer ganz bestimmten MT verbunden ist) und die im Kalkül formulierten Grundgleichungen determiniert. Die mathematischen Grundgleichungen erhalten diesen Status als Grundgleichungen wiederum durch physikalisch intendierte Präferenzen. Es kann hier nur auf die vielen und unterschiedlichen Untersuchungen und Vorstellungen zur Theorienstruktur und Theorienformationsprozesse verwiesen werden[16]. Alle bisher vorgestellten Konzeptionen weisen darauf hin, daß es ein „Desideratum jeder Theorie (ist), sowohl formale wie semantische Einheit zu besitzen"[17]. Die älteren Theorienstrukturanalysen (von Duhem bis Carnap und Feigl), die der sog. Standardauffassung der Theorienstrukturen entsprechen, und die neuen (Sneed, Stegmüller, Balzer u. a.), die der sog. non-Standardauffassung entsprechen, sowie die an allgemeinen strukturtheoretischen Auffassungen (i. S. der modernen Mathematik) orientierten Analysen verifizieren den *Modellcharakter* von PT.

[161] Die Funktion der Mathematik wird hierin allgemein gesehen als eine *Situationsbeschreibung* und deren *Umformung* in eine andere Situationsbeschreibung mit Hilfe mathematischer Operationen. Die Mathematik ist somit ein *Darstellungsmittel* und ein *Mittel des Schließens* im Theoretisierungsprozeß. Im Kontext einer PT ist die Mathematik funktionell

[13] Lenk, H.: Philosophische Bemerkungen zu Erfolg und Grenzen der Mathematisierung. a. a. O., S. 380.
[14] Ebenda. S. 380.
[15] Hörz, H: Mathematisierung der Wissenschaften als philosophisches Problem. a. a. O., S. 819.
[16] S. z. B.: Balzer, W.: Empirische Theorien: Modelle – Strukturen – Beispiel. Braunschweig/Wiesbaden, 1982; Ludwig. G.: Die Grundstrukturen einer physikalischen Theorie. Berlin (W)/ Heidelberg/New York, 1978; Sneed, J. D.; The Logical Structure of Mathematical Physics. Dordrecht, 1971; Stegmüller, W.: The Structuralist Views of Theories. Berlin (W)/Heidelberg/New York, 1979; Weizsäcker, C. F. von: Aufbau der Physik. München/Wien. 1985.
[17] Bunge, M.: Physik und Wirklichkeit: In: Krüger, L. (Hrsg.): Erkenntnisprobleme der Naturwissenschaften. Köln/Berlin (W), 1970. S. 444.

betrachtet ein Sprach- und Darstellungsinstrument. Ihm liegen solche Gesetzmäßigkeiten der „Formalstrukturalisierung“[18] zugrunde, die nicht unbedingt Referenzen zum physikalischen Objektbereich haben, sondern sich auf die Form-Darstellung und die Kommunikation beziehen, mit der der Objektbereich abgebildet bzw. über ihn „gesprochen“ wird. Demnach stellen die mathematischen Strukturen als ideale und theoretische Modelle in mehr oder weniger *symbolischer und indirekter Weise* in einer gewissen *Näherung* einige Merkmale eines physikalischen Systems dar, wenn die mathematischen Strukturen in ein physikalisches Begriffssystem integriert werden. Mathematisierung und Kategorisierung weisen in der naturwissenschaftlichen Theorienbildung somit über die rein sprachliche Komponente mentaler Konstruktionen hinaus.

Für die Mathematisierung von PT ist zutreffend, daß es sich hierbei „direkt zumindest um die mathematische Abbildung bestimmter Seiten des Begriffssysteme, der Aussagen usw. ..., also von etwas Ideellem, und die Darstellung der Abbildungsresultate in der Sprache der Mathematik“ handelt. „Das Begriffssystem, die Aussagen usw. der zu mathematisierenden oder bereits mathematisierten Wissenschaft sind jedoch selbst Widerspiegelungsresultat der zum Gegenstand der betreffenden Wissenschaft gehörenden Dinge, Eigenschaften, Beziehungen, Zusammenhänge, Systeme, Prozesse usw.“[19] Und weiter heißt es: „Bei den in der Sprache der Mathematik dargestellten Resultaten des Mathematisierungsprozesses handelt es sich deshalb stets auch um die – *vermittelte* – Widerspiegelung dieser Dinge, Eigenschaften, Beziehungen usw. selbst.“[20] Diese vermittelte Widerspiegelungsstruktur ist der springende Punkt bei der Rekonstruktion des Gegenstandes einer PT und der funktionellen Stellung der MT zu ihr.

[162] Ein Postulat des griechischen Denkers Parmenides besagt: „Denken und des Gedankens Gegenstand sind das Nämliche.“ Über Hegel bis zu Heidegger u. a. begegnet uns diese philosophische idealistische Version des fundamentalen Widerspiegelungsproblems. Die materialistische Version dagegen betont, daß beides wohl zu unterscheiden ist. Das bedeutet, daß die ideellen Repräsentationen in der PT durch *Zu-Ordnungen* geregelt werden müssen. Die dazu unabdingbaren *Kriterien* sind die Erfahrungen, die der menschlichen Praxis entspringen. Das ist die Erkenntnis, die wir dem geistigen Ringen an der Wende zur Neuzeit, u. a. durch Galilei, verdanken. Die eigentliche Struktur der Repräsentation, die durch Zuordnungen getragen wird, ist zunächst nicht a priori bekannt. Sie wird erst in der Entwicklung der Naturwissenschaften (z. B. der Physik) selbst schritt- und näherungsweise sichtbar! Zur Zeit liefert die Wissenschaftstheorie u. a. die Methode der Rekonstruktion, um Problemen der Theorienstruktur nachzugehen. *Rekonstruktion* einer Theorie bedeutet ihren „nachträglichen Aufbau aus möglichst einleuchtenden Postulaten“[21]. Der erkenntnisvermittelnde Charakter der Mathematik im physikalischen Erkenntnisprozeß wird in übersichtlicher Form im generellen Rekonstruktionsversuch von PT durch G. Ludwig deutlich.[22] Mit der *Logik 1. Ordnung* und einer *formalen Mengentheorie* als systematisierende Rahmentheorie rekonstruiert Ludwig den Gegenstand einer PT als eine *Struktur* i. S. der modernen Mathematik: Die *Struktur* konstituiert sich aus sog. Hauptbasismengen Y, Hilfsbasismengen A und typisierten Mengen t. Die Typisierung beinhaltet die Konstruktion, wonach jedes t Element einer sog. Leitermenge τ (Y, A) ist ($t \in \tau$ (y, A)). Die Leitermenge ist die Menge, die durch sukzessive Bildung von cartesischen Produkten und Potenzmengen aus den Y und A entsteht. Auf diese Weise sind alle mathematischen Grundstrukturen konstruierbar. Dabei sind die A jeweils fest definierte

[18] Vgl.: Lenk, H.: Philosophische Bemerkungen zu Erfolg und Grenzen der Mathematisierung. a. a. O.. S. 379.
[19] Paul, S. Ruzavin, G.: Mathematik und mathematische Modellierung. a. a. O., S. 13.
[20] Ebenda, S. 13.
[21] von Weizsäcker, C. F.: Aufbau der Physik. a. a. O., S. 330.
[22] S.: Ludwig. G.: Die Grundstrukturen einer physikalischen Theorie. a. a. O.

und vorgegebene *mathematische* Mengen, z. B. die Menge der reellen Zahlen R. Die Y und t – die *physikalischen* Grundbegriffe von PT – bestehen demgegenüber aus ideell fixierten und möglichen physikalischen Objekten (z. B. Raumpunkte, Punkte im Phasenraum, Ereignisse Zustände, Kräfte, Körper, statistische Gesamtheiten etc.). An dieser Stelle zeigt die Rekonstruktion den Vermittlungscharakter mathematischer Strukturen im [163] physikalischen Erkenntnisprozeß: Die Physik ist – wie jede Wissenschaft – eine Wissenschaft vom Objekt; die Physik jedoch erreicht das Objekt nur durch die *Vermittlung der logisch-mathematischen Strukturen*, die den Denkaktivitäten des Subjekts entspringen und ihrerseits vermittelt sind.

Der Physiker geht von einer verbal-sprachlich präformierten Situationsbeschreibung physikalischer Systeme aus. Diese wird dann bildhaft-kategorial stilisiert und enthält dabei schon einiges an Mathematik bzw. setzt sie voraus. Durch weitere Symbolisierung, Formalisierung und – schließlich – Kalkülisierung wird die Situationsbeschreibung präzisiert. Die *Leitermengen* τ (Y, A) gelten in der Ludwigschen Rekonstruktion als *potentielle Anwendungsbereiche* von PT. Die physikalische Struktur (Y, A, t) als allgemeines Relationsgefüge zwischen Y, A und t (R (Y, A. t)) enthält u. a. eine zentral und – mit der jeweiligen PT – fest verbundene Relation, das sog. Grundgesetz Θ (Y. A, t). Wird in der PT eine irgendwie räumliche Struktur angezeigt, so könnte Θ besagen, daß der Raum euklidisch, minkowskisch, riemannisch etc. ist: ist die Struktur (neben Raum und Zeit) die „Bahn“ eines Systems oder die „Ereignisfolge“ in einem System, so würde Θ ein Bewegungsgesetz, eine Feldgleichung u. a. aussprechen.

Wiederum zeigt sich hier der *Vermittlungscharakter* der Mathematik als formative Funktion der Mathematik in der Physik. Die Wahl eines bestimmten mathematischen Kalküls, der auf mathematischen Grundstrukturen (i. S. der sog. Mutterstrukturen Bourbakis) und auf deren zweckdienlichen Kombinationen gründet, prädeterminiert weitgehend die Grundgleichungen einer PT. Zugleich zeigt sich, daß jede wesentliche Weiterentwicklung im PT-Gefüge u. a. auch an die Einführung eines neuen mathematischen Kalküls gebunden ist und nicht etwa mit neuen Grundgleichungen im Rahmen eines alten Kalküls erfolgt.

Aus *diachronischer Sicht*, im historischen Werdegang, und aus *synchronischer Sicht*, vom systematischen Aufbau her, ergeben sich *drei Phasen* bzw. Typen der *mathematischen Darstellung* phy-[164]sikalischen Gesetzeswissens, die sich unter dem Einfluß der Mathematisierungs- und Kategorisierungsbestrebungen konstituierten:

1. *morphologische/geometrische Darstellung* (z. B. Verhältnisgleichungen, Funktionsscharen, geometrische Figuren ...);

2. *analytische Darstellung* (z. B. Differentialgleichungssysteme, Extremalprinzipien), sie ist der praktikable Kern bis heute;

3. *algebraisch-topologische Darstellung* (z. B. Symmetriegruppen, Zusammenhangsverhältnisse von Mannigfaltigkeiten), sie markiert den fundamentalen Charakter des Symmetrieprinzips und des bildhaft-kategorialen Doppelantlitzes allgemeiner geometrischer Darstellungsformen. (Laut H. Weyl haben alle a-priori-Aussagen der Physik ihren Ursprung in der Symmetrie und – wie man aus heutiger Sicht wohl ergänzen kann – in der Symmetrieberechnung!).

Die Ludwigsche PT-Rekonstruktion resümierend ergibt sich folgender Zusammenhang:

Die *mathematischen Strukturen* gehen als *Syntax* in den physikalischen „Text“ gemeinsam mit der *physikalischen Interpretation* ein. Letztere liefert die Semantik der Sprache der Physik. Ludwig gibt diesen Zusammenhang symbolisch so wieder:

PT = MT (———) W

(PT – Physikalische Theorie, MT – mathematische Theorie, (———) Anwendungsvorschrift, W – ideell widergespiegelter, sprachlich gefaßter Wirklichkeitsbereich).

Wie die Entwicklung der theoretischen Physik zeigt, formieren sich in ihr g*eometrische Bilder bzw. Vorstellungen* bis hin zu „*verallgemeinerten geometrischen*“ *Modellen* für die Interpretation physikalischer Sachverhalte. Die „*mengentheoretischen*“ *Begriffe* schaffen eine universelle Basis für die Definition aller mathematischen Konstruktionen in solchen „verallgemeinerten geometrischen“ Modellen.[23] Solche Modelle bilden ein Interpretationspotential für die eingesetzten abstrakten mathematischen Formalismen. Sie selektieren und repräsentieren inhaltliche sprachliche Formulierungen aus dem unübersehbaren Reservoir her-[165]leitbarer mathematischer Formalismen. Diese Stufe der Interpretation mittels verallgemeinerter geometrischer Modelle demonstriert also auch ihren *Vermittlungscharakter* zwischen Mathematik und Physik.

Vielleicht rückt an dieser Stelle die Möglichkeit der Beantwortung der grundsätzlichen erkenntnismäßigen Frage nach der Abbildbarkeit der objektiven Welt durch unser subjektives Denken und damit gleichzeitig der nach der Widerspiegelung der objektiven dialektischen Wesenszüge der Natur durch mathematische Theorien ein Stück näher! Ein wichtiges Indiz dafür scheint in der offensichtlichen Tatsache zu liegen, daß die Zuordnungs- bzw. (in der Ludwigschen Diktion) Anwendungsvorschriften (———) als Möglichkeitsstrukturen sowohl der objektiven Welt der Natur als auch der subjektiven Welt des menschlichen Denkens fungieren. Das schließt ein, daß Möglichkeit ein Modus von Realität innerhalb materieller Strukturen ist und folglich auch im Denken widerspiegelbar ist. – Naturgesetze drücken demnach *mögliche Strukturen* des Geschehens aus. Die wichtigste Menge in der PT ist nicht die Menge von substantiellen Dingen und Gegenständen (Körper, Atome. Felder etc.), sondern die *Menge der Möglichkeiten* (Konfigurationsraum eines Systems als Menge seiner möglichen momentanen Zustände, Raum und Zeit als Menge der möglichen Ereignisse, die man sich als „Aufblitzen“ markierter Punkte vorstellen kann etc.).[24] Dem entspricht auf der Seite der MT im Ludwigschen Modell PT = MT (———) W die Auffassung von der Mathematik als „Wissenschaft von den möglichen formalisierbaren Strukturen ideeller Systeme“[25].

Die o. g. drei Phasen geben einen ersten Blick in die zeitliche Entwicklung der methodischen Positionierung der Mathematik im Theorienbildungsprozeß. In der *Physik* geht man – methodisch gesehen – von einer Situationsbeschreibung aus, die bildhaft-kategorial ist und selbst schon einiges an Mathematik enthält und voraussetzt. Anschließend wird sie mit Hilfe mathematischer Operationen in eine andere Situationsbeschreibung umgeformt. Die „Bilder“ sind dann formal-strukturalisiert und nehmen z. T. symbolischen Charakter an. Die Mathematik ist hier ein Mittel der Darstellung (nicht selbst eine Darstellung!) *und* der Umformung [166] von Darstellungen. wie etwa des logischen Schließens. Unter dem Mathematisierungsaspekt erscheint die in den physikalischen Theorien angewandte Mathematik als Gesamtheit fachsprachlicher Darstellungsstrukturen. Wie jede Sprache hat der sprachliche Aspekt der hier angewandten Mathematik bezüglich seiner Abbildfunktion auch Näherungscharakter. Zwar ist die Mathematik in der Lage, *ihre* Begriffe äußerst exakt zu definieren (jedenfalls soweit sie mit ihnen operativ umgehen muß) und damit auch die Relationen zwischen ihnen eindeutig zu bestimmen. Die dialektischen Widersprüche dieser Welt vermag sie jedoch nur antinomisch, dichotomisch, selbstreflexiv durch verbalsprachliche Ergänzungen abzubilden und die dialektischen Zusammenhänge lediglich ihrer Form nach isoliert voneinander darzustellen.

Es ist damit nur natürlich bzw. ein Gebot, die isoliert dargestellten Zusammenhänge, wie sie

[23] Vgl.: Manin, Y. I.: Mathematics and Physics. Boston/Basel/Stuttgart, 1981; S. 5.
[24] S.: ebenda, S. 6.
[25] Hörz. H.: Mathematisierung der Wissenschaften als philosophisches Problem. a. a. O., S. 817.

aus der formalabstrahierendem Begrifflichkeit idealiter folgen, in verbalsprachlichen, bildhaften und – manchmal – gleichnishaften Formulierungen in der Dialektik des Ganzen wieder zusammenzuführen, um zu „verstehen". Genau die gleiche Situation zeigt sich, wenn die *Mathematik* im Mathematisierungsaspekt unter methodischem Aspekt betrachtet wird. Hierbei sind die mathematischen Sätze Systeme von Anordnungen. Anleitungen, „Gebrauchsanweisungen" zur Bildung und Umformung von physikalisch intendierten Ausdrücken. Bei dem Versuch, die *objektive Dialektik als Ganzes* zu modellieren, wird man – soweit sich das bereits überblicken läßt – mit der Erscheinung der Aspekthaftigkeit und Selbstreferenz konfrontiert, die Ausdruck des systematischen Charakters einer solchen Modellierung sind.

Ist auf dieser Stufe der Entwicklung die objektive Dialektik der Natur in der Theorienbildung widerspiegelbar? – Stärke und Erfolg der Physik hinsichtlich ihrer Theorienkonzeption gründen auf ihrem *operativen* „Dialog mit der Natur". Gerade der Mathematisierungsprozeß von Theorienbildungsstrategien zeigt[26], daß eine *unmittelbare* „Dialektisierung" des physikalischen Wissens am theoretischen Konsensus seiner Formalstrukturalisierung[27] scheitern würde. Im Kontext der operationalen Anwendung mathematische Strukturen auf physikalisch-theoretische Konstruktionen i. S. von Symbolaggregationen, Parametrisierungen, [167] Kalkülisierungen und Logifizierungen ist die Fixierung der Bedeutungsgehalte durch Präzisierung der Kategorien eine unabdingbare Voraussetzung der Theoretisierung. Für den theoretischen Diskurs aber, zum heuristischen Zweck, die Entwicklungsprozesse von Theorien zu entfalten und zu gestalten, ist die „Elastizität" der Bedeutungsgehalte der Kategorien durch ihre Bedeutungsvariation und -transformation notwendig.

Die Mathematisierung/Kategorisierung der theoretisch-physikalischen Erkenntnis ist eine – für die gesellschaftliche Verfaßtheit der Wissenschaft – *praktikable Formalreduktion* der abgebildeten Materiestrukturen. Die Wissenschaft ist von Menschen und für den Menschen. Diese folgen aber damit unmittelbar einer Propensität ihres Denkens in der sinnvollen Reduktion. Die Reduktion kennzeichnet den Vordergrundaspekt der Naturerkenntnis, wie er in der jeweiligen physikalischen Theorie zum Ausdruck kommt. Dieser *formalstrukturalisierte Vordergrundaspekt* ist jedoch nur möglich vor dem Hintergrund eines *dialektischen Strukturreichtums* der Abbildungen der dialektischen materiellen Sachverhalte.

Die vom Erkenntnissubjekt widergespiegelten mathematischen Verhältnisse der Natur sind in äußerst hohem Maße der Abstraktion fähig. Die Anordnungsverhältnisse der Geometrie, die Zahlenverhältnisse der Arithmetik, die (allgemeinen) Strukturverhältnisse der Algebra usw. können idealisierend von der objektiv-real existierenden Natur abgehoben und so mit spezifischen mathematischen Mitteln weitergedacht werden. Aber dabei bleibt im Subjekt-Objekt-Zusammenhang naturwissenschaftlicher Erkenntnis der volle Gegenstandsbezug des denkenden oder operierenden Subjekts erhalten. Das Subjekt denkt die Objekte in sprachlicher Form, wenn auch in einer von ihrer objektiven Realität abgehobenen Seinsweise.

Durch eine letztlich von praktischen Bedürfnissen geleitete, von jeweils erreichten theoretischen Grundlagen und Voraussetzungen determinierte konstruktive Mathematisierung und Kategorisierung naturwissenschaftlicher Erkenntnis werden die dialektischen Strukturen der materiellen Welt zwar manifest, aber nur partiell ansichtig, dann jedoch sehr luzide. Eine vollständige Methodologie des Theoretisierungsprozesses erfordert eine tiefere Auffas-[168]sung nicht nur des Verhältnisses von Mathematisierung und Kategorisierung im Rahmen der *Dialektik* des Erkenntnisprozesses, sondern auch vertieftes Verständnis des Wesens der Mathematik, ihrer Begriffsbildung. – Nimmt man C. F. von Weizsäckers Auffassung von

[26] Das geht aus den Untersuchungen von G. Ludwig hervor, insbesondere in: Ludwig, G.: Die Grundstrukturen einer physikalischen Theorie. a. a. O.
[27] Vgl.: Lenk, H.: Philosophische Bemerkungen zu Erfolg und Grenzen der Mathematisierung. a. a. O., S. 378.

Mathematik an, in welcher sie als „eine ‚Kunst‘, eine Erkenntnis von Gestalt durch Schaffen von Gestalt erscheint“,[28] so ist der programmatische Anspruch einer durchgehenden fortschreitenden Mathematisierung der meisten Wissenschaften eins notwendiges *Desiderat* zukünftiger Erkenntnisbestrebungen.

Die mathematisierte physikalische Theorie abstrahiert bei den Begriffsbestimmungen und der Fixierung der mathematischen Strukturen von der Dialektik der Begriffe und Relationen (zunächst!). Das schließt ein:

– Die begriffliche und strukturelle Bestimmtheit mit „fließenden“ Kategorien und „fließenden“ kategorialen Beziehungen zu erfassen, wodurch das Werden, die Entwicklung der Theorien adäquat erfaßt wird. Physikalische Theorien sind Entwicklungsprodukte, Resultate eines Erkenntnisprozesses[29],

– Die Entwicklung des Theorien-Gefüges enthält auch das dialektische Moment eines Prozesses fortschreitender Reflexion. Es ist Ausdruck des systemhaften Charakters von physikalischen Theorien derart, daß aus dem Verständnis jedes Begriffs durch weiterführende und tiefere Reflexion die in ihm enthaltenen dialektischen Widersprüche gefunden werden. Ihre „Behebung“ führt in der Regel zu neuen Begriffen und/oder neuen mathematischen Strukturen. Beide bieten einen gedanklichen Überblick (in Form von – auch formalen – potentiellen Denkmöglichkeiten) über die sich im historischen Entwicklungsgang ändernden, durch Fakten fundierten aktualen Möglichkeiten einer empirischen Theorie. Beide Möglichkeitsformen stehen in einem unaufhebbaren Spannungsfeld. Die Behebung der dialektischen Widersprüche ist immanent verbunden mit ihrer Neusetzung auf anderer (höherer) Ebene. „Behebung“ heißt also eigentlich dialektische Aufhebung (im Sinne von Hegel). [169]

– Die Verbindung eines mathematisch-strukturalen Verständnisses von physikalischen Theorien (heute z. B. unter dem Leitbegriff der Symmetrie) mit einem eindeutig *dialektisch*-materialistischem Widerspiegelungskonzept (mit den Leitkategorien der Adäquatheit, des dialektischen Widerspruchs und der Aufhebung) ermöglicht eine tiefere *gedankliche Fassung feststehender Strukturen von Veränderungen physikalischer Objekte* einer adäquaten Fixierung von *Möglichkeiten*. Die in der mathematischen Kalkül-Sprache fixierten/abgebildeten ideellen Sachverhalte sind bereits das Ergebnis einer sukzessiven Elimination der im physikalischen Forschungsprozeß auftretenden dialektischen Widersprüche. Auf der Ebene der subjektiven Dialektik bleiben aber auch im Theorienbildungsprozeß die Problemantinomien (im Sinne von Narski[30]), die nichts anderes als die Widerspiegelung objektiver dialektischer Widersprüche der Natur sind.

Im Ringen des Erkenntnissubjekts um rationale wissenschaftliche Erkenntnis über die Natur wird die dialektische Widersprüchlichkeit der Natur in den Theorien durch eine *Entwicklungs-Folge* dieser Theorien erfaßt, in der die konkreten physikalischen Probleme zugleich mit ihrer Lösung auf höherer Ebene des Theorienfortschritts immer wieder neu gesetzt werden. Über die objektiven dialektischen Widersprüche in der Natur kann man nur etwas erfahren, indem man die dialektische Widerspiegelung des Erkenntnisprozesses und seiner Resultate in ihren historischen Dimensionen untersucht. Dialektische Widerspruchserkenntnis zeigt sich in der Theorienentwicklung als „Grenzwert im historischen Ringen“ des Erkenntnissub-

[28] Vgl.: Weizsäcker, C. F. von: Aufbau der Physik. a. a. O., S. 633.
[29] Vgl. auch: Röseberg, U.: Dialektische Widersprüche in der physikalischen Bewegungsform der Materie. In: DZfPh 31 (1983) 12; S. 1388.
[30] Vgl. Narski, I. S.: Dialektischer Widerspruch und Erkenntnislogik. Berlin 1973.

jekts mit den durchgängigen Problemantinomien.[31]

Die Entwicklung der Physik hat gewisse enge Verbindungen zwischen mathematischer Theorie und physikalischer Theorie offenbart.[32] Man hat inzwischen dazugelernt, daß spezifische neuartige Verknüpfungen von mathematischer Theorie und physikalischer Theorie auch dazu beitragen, auf neue Art die Welt zu sehen, was eine neue geistige Einstellung erfordert. Die Entwicklung der physikalischen Denkweise durch Mathematisierung ist [170] auch die Entwicklung eines breiten rationalen Verstehens *ganzheitlicher Zusammenhänge*, die weltanschauliche Orientierungen vermitteln können. – Das scheint der erkenntnistheoretische Kern einer rasch wachsenden empirisch-historiographischen Hülle der Untersuchungen zu den Mathematisierungstendenzen zu sein. [173]

---

[31] Vgl.: Röseberg, U.: Dialektische Widersprüche in der physikalischen Bewegungsform der Materie. a. a. O., S. 1388.

[32] S. a.: Herwig, H.: Erkenntnistheoretisch-methodologische Aspekte der Mathematisierung physikalischer Theorien. In: Wiss. Hefte d. Pädagogischen Hochschule „W. Ratke“ Köthen, Heft 1/1983, S. 89 ff.

Aleksandr Pečenkin
Mathematische Grundlegung physikalischer Theorien aus epistemologischer Sicht[1]

In der modernen Physik gibt es ein Forschungsgebiet, das der Überprüfung der Korrektheit und der Erhöhung der mathematischen Strenge theoretisch-physikalischer Überlegungen und letztlich dem systematischen Aufbau physikalischer Theorien auf mathematischer Grundlage gewidmet ist. Derartige Untersuchungen werden als Forschungen zur mathematischen Grundlegung physikalischer Theorien bezeichnet.

Betrachten wir ein einfaches Beispiel der mathematischen Grundlegung. Zur Lösung eines Problems seien Differentiation und Integration einer Funktionenreihe durchzuführen. Die Voraussetzung dafür ist: Die Differentiation einer solchen Reihe ist erlaubt, wenn die im Ergebnis dieser Operation entstehende Funktionenreihe gleichmäßig konvergiert. Die Integration der Funktionenreihe ist dann erlaubt, wenn diese Reihe selbst gleichmäßig konvergiert.

Die Regeln für das Differenzieren und Integrieren von Funktionenreihen sind als konzeptionelles Mittel der mathematischen Analysis bereits im 19. Jahrhundert aufgestellt worden. Im folgenden soll jedoch von solchen Forschungen zur mathematischen Grundlegung die Rede sein, die zur Erweiterung mathematischer Teildisziplinen, zur Lösung prinzipieller mathematischer Probleme führen, oder doch wenigstens dazu beitragen.

Die Physiker bewerten den Status der Forschungen zur mathematischen Grundlegung physikalischer Theorien unterschiedlich. Wenn einige von ihnen in der mathematischen Grundlegung ein wesentliches Element der konzeptionellen Erarbeitung und des strukturellen Ausbaus der Theorien sehen[2], so messen andere, die offensichtlich in der Mehrheit sind, dieser Untersuchung keine große Bedeutung bei. Letztere neigen dazu, sie eher dem Zuständigkeitsbereich der Mathematik als dem ihrer eigenen Wissenschaft – der Physik – zuzuordnen. Diese Sicht auf die mathematische Grundlegung (und, was praktisch auf dasselbe hinausläuft, auf die mathematische Strenge der Physik) wurde unlängst [174] von B. M. Bolotovskij prononciert vorgetragen: Der mathematische Formalismus spielt in den physikalischen Untersuchungen eine untergeordnete Rolle; die wesentliche Aufgabe besteht im Auffinden physikalischer Besonderheiten der Phänomene. So kann es durchaus sein, daß die Erfüllung der Forderung nach einer strengen mathematischen Beschreibung der Klärung physikalischer Phänomene nicht hilft, sondern diese im Gegenteil erschwert.[3]

Im folgenden wird die Frage nach dem Status der mathematischen Grundlegung physikalischer Theorien vom epistemologischen Standpunkt betrachtet. Wir schlagen ein zweidimensionales Schema für die Entwicklung einer physikalischen Theorie vor, das es erlaubt, die beiden oben angeführten Standpunkte zur mathematischen Grundlegung philosophisch zu erfassen. Aus diesem Schema folgen die Berechtigung und gleichzeitige Einschränkung sowohl der Position derer, die der mathematischen Grundlegung eine zweitrangige und nur unterstützende Rolle zuweisen, als auch der Position der Minderheit, die in diesem Erkenntnisprozeß eine wichtige und unverzichtbare Komponente in den theoretisch-physikalischen Untersuchungen sieht.

---

[1] Übersetzt und bearbeitet von A. Laaß und G. Zieles.
[2] Vgl. N. N. Bogljubov, Predislovie redaktora perevoda, in: I. fon Nejman, Matematičeski, onovy kvantovoj mechaniki. Mockva 1964, S. 7; E. Vigner, Etjudy o simmetrii, Mockva 1971, S. 188-189.
[3] S. M. Bolotovskij, Oliver Chevisayd. Moskva 1985, S. 29.

1. Konzeptionelle Grundlagen einer physikalischen Theorie und Erkenntnisgewinn in der theoretischen Physik

Unser zweidimensionales Schema gründet sich auf die Antithesen der konzeptionellen Grundlegung einer physikalischen Theorie einerseits und Erkenntnisgewinn andererseits.[4] Unter konzeptioneller Grundlegung verstehen wir die Klärung und Präzisierung der Grundbegriffe und Prinzipien der physikalischen Theorie. Erkenntnisgewinn bedeutet Lösung der Probleme, die im Ergebnis von Experiment und anwendungsorientierter Forschung für die physikalische Theorie entstehen. Während der konzeptionellen Grundlegung stellt sich die Theorie als einheitliches Erkenntnissystem der: Die Grundbegriffe und Prinzipien sind die Begriffe und Aussagen, die es gestatten, die Theorie als einheitliches und autonomes System darzustellen. Die Präzisierung der Grundbegriffe und -prinzipien führt zur Vervollständigung der Theoriestruktur. Hinsichtlich des Erkenntnisgewinns wird die Einheitlichkeit nicht besonders betont. Hier steht der Erfolg der Lösung der Probleme, die der Theorie durch die Experimente [175] und die anwendungsorientierte Forschung gestellt werden (durch die Praxis bestätigte Prognosen, leistungsfähige Algorithmen, effektive Modelle) im Vordergrund. Die Vollständigkeit der Theorie kann sogar verletzt werden. Wenn der Physiker einen größeren als den derzeitig durch Experiment. u. a. vorgegebenen Problemkreis erfassen möchte, läßt er bewußt oder unbewußt logische Inkonsistenzen in der Theorie zu. Er schlägt sogar neue Formulierungen der Theorie vor, ohne sich dabei um die Übereinstimmung mit vorangegangenen Formulierungen zu kümmern.

Es sei noch einmal betont, daß sowohl die konzeptionelle Grundlegung als auch der Erkenntniszuwachs Bestandteile der theoretischen Forschung sind. Nicht jedes Ergebnis der theoretischen Physik wird Anwendung in der praktisch-gegenständlichen Tätigkeit finden. Wenn wir über Probleme sprechen, die für die Theorie aus dem Experiment und der anwendungsorientierten Forschung entstehen, so meinen wir theoretische Probleme. Jedes theoretisch-physikalische Ergebnis zielt jedenfalls in irgend einer Weise auf die Praxis: Es bringt direkt oder indirekt das physikalische Experiment oder den technischen Gedanken voran. Eine neue Theorie bildet sich im Prozeß der Erkenntnisgewinnung auf der Grundlage einer alten Theorie (oder alter Theorien). Die ersten Aussagen und Begriffe der neuen Theorie sind Begriffe und Hypothesen, die in die alte Theorie eingeführt werden, weil mit ihrer Hilfe eine größere Klasse von Problemen gelöst werden soll. Die Physiker werden sich des Auftretens einer neuen Theorie genau dann bewußt, wenn sie sich mit der Erfolgslosigkeit konfrontiert sehen, diese ersten Begriffe und Aussagen auf der Grundlage der alten Theorie, in deren Rahmen sie entstanden sind, zu begründen. In der Physik entsteht eine neue Theorie dann, wenn die Aussichtslosigkeit von Versuchen, neue theoretische Aussagen und Ideen in ein Erkenntnissystem zu integrieren, das auf den Begriffen und Prinzipien der alten Theorie beruht, klar erkannt worden ist.

Die nächste Etappe der Theoriebildung besteht in der Gewinnung von Erkenntnissen mittels ihrer ersten Begriffe und Aussagen und entsprechend in der Herausbildung des „Kerns“ der Theorie. Unter letzterem versteht man die Angliederung von Ideen und Hypothesen, die eine größere Klasse von Problemen zu lösen [176] gestattet, an die neu entwickelten Vorstellungen der neuen Theorie; die Bestätigung dieser Ideen und Hypothesen durch das physikalische Experiment; die Auswahl der produktivsten und am meisten bestätigten Ideen und Hypothesen. In dieser Etappe erfolgt ein wichtiger Schritt bezüglich der konzeptionellen Grundlegung der sich formierenden Theorie. An die Stelle des Problems der Begründung auf der Grundlage der alten fundamentalen Begriffe und Prinzipien tritt nun das Problem der Suche nach eigenen Grundbegriffen und -prinzipien. Das bedeutet, daß das Ziel nicht mehr die Integration der neuen theore-

[4] Vgl. A. A. Pečenkin, Probleme konceptual’nogo obosnovanija issledovanija, in: Voprosy filosofii (1984) 1, S. 70-78; Problema konceptual’nogo oboenovenija naučnogo znanije: klassika i sovremennost’, in: Voprosy filosoii (1987) 6, S. 48-58.

tischen Vorstellungen in das alte theoretische System ist, sondern in der Suche nach einem eigenen konzeptionellen Fundament dieser Vorstellungen und dementsprechend im Aufbau eines neuen, unabhängigen theoretischen Erkenntnissystems besteht. Betrachten wir beispielsweise die ersten Etappen der Entstehung der Quantentheorie. Bekanntlich wurde diese Theorie durch Plancks Quantenhypothese (1900) begründet, mit deren Hilfe es gelang, das Energiespektrum der Strahlung eines absolut schwarzen Körpers zu verstehen, d. h., sie diente der Lösung eines Problems, das an der Schnittstelle zwischen physikalischer Theorie (Thermodynamik und Elektrodynamik) und Experiment entstanden war. Ursprünglich sind Plancks Hypothesen und die Idee der Quantisierung nicht als der Beginn einer neuen Theorie aufgefaßt worden. Die Angliederung der Planckschen Auffassung an die Aussagen der klassischen Physik schien nicht mehr zu sein als ein „scharfsinniges Verfahren, welches es erlaubte, die Theorie einer interessanten, allerdings im allgemeinen sehr spezifischen Erscheinung zu verbessern.“[5]

Die Suche nach einem neuen, nichtklassischen Fundament für die Quantenideen und -hypothesen begann während der folgenden Etappe der Entstehung der Quantentheorie – der Etappe der Herausbildung des „Kerns“ dieser Theorie. Sie begann mit den Arbeiten A. Einsteins, in denen der Photoeffekt erklärt und die Auffassung von der Quantelung der elektromagnetischen Strahlung entwickelt wurden (1905-1906). Obgleich sich Einstein in seinen ersten Arbeiten zur Quantentheorie bemühte, die Probleme unabhängig von Plancks Schlußfolgerungen zu beurteilen, hatte er doch bereits darin konstatiert, das Plancks Quantisierungsgedanke der Maxwellschen Elektrodynamik widerspricht. 1907 zeig-[177]te Einstein, daß Plancks Idee auch über die Strahlungstheorie hinaus zu Resultaten führen kann, indem er sie auf das Verhalten der spezifischen Wärmekapazität fester Körper anwandte. Im Zusammenhang damit kam er zu dem Schluß, daß die derzeit „moderne molekularkinetische Wärmetheorie“ notwendigerweise revidiert werden müsse.

Im zweiten Jahrzehnt unseres Jahrhunderts wurden Versuche unternommen, die Plancksche Idee und Hypothese auf die Atomspektroskopie anzuwenden. Im Hinblick auf diese Versuche und auf die Arbeiten Einsteins meinte A. Sommerfeld 1911, daß ihm die elektromagnetische und mechanische Begründung der Größe *h* „ebensowenig angezeigt und aussichtsvoll wie eine mechanische ‚Erklärung‘ der Maxwellschen Gleichungen“[6] erscheine. Obwohl man bereits in Plancks Artikel von 1906, in dem auf die Universalität des Wirkungsquantums hingewiesen wird, den Versuch einer konzeptionellen Grundlegung der Quantenideen und -formeln sehen kann, sind doch als erster Erfolg in dieser Sache die Artikel Bohrs von 1913 und der folgenden Jahre anzusehen, in denen die offenen mit der klassischen Physik brechenden Bohrschen Postulate entwickelt und präzisiert worden sind. Diese Artikel und die Arbeiten Sommerfelds bildeten den Anfang der sogenannten älteren Quantentheorie (Theorie Bohr-Sommerfeld), die die Vorstellungen der Quantenatomphysik vereinigte. Aber auch die Postulate Bohrs waren nur eine Zwischenetappe in der konzeptionellen Grundlegung der Quantenideen und -formeln. Bekanntlich war die ältere Quantentheorie inkonsistent. Sie hielt sich hauptsächlich durch die Resultate, die mit ihrer Hilfe gewonnen werden konnten. Eine neue Etappe in der konzeptionellen Grundlegung der Quantentheorie setzte nach der Krise der alten und dem Erscheinen der neuen Quantentheorie (1925-1926) ein. Diese neue Etappe ist durch den Anspruch einer einheitlichen, logisch konsistenten Formulierung der Quantentheorie charakteristisch. In den Artikeln von M. Born und P. Jordan sowie dem Artikel von W. Heisenberg, Born und Jordan, die dem Artikel W. Heisenbergs zur neuen Quantenmechanik folgten, stellte man sich die Aufgabe, diese Theorie ohne Kompromisse bezüglich der klassischen Theorie, d. h. ohne das Korrespondenzprinzip zu Hilfe zu nehmen, darzustellen. Das Korrespondenzprinzip wurde

[5] L. de Broglie, La Physique nouvelle et les quanta, Paris 1937.

[6] A. Sommerfeld, Das Plancksche Wirkungsquantum und seine allgemeine Bedeutung für die Molekularphysik, in: Physikalische Zeitschrift 12 (1911) S. 1066.

ledig-[178]lich als methodologisches Prinzip betrachtet, das einen Bezug zwischen der Quantentheorie und der klassischen Theorie, jedoch keine Relationen innerhalb der Quantentheorie herstellt.[7] Für logische Konsistenz und gegen des Korrespondenzprinzip sprach sich auch der Begründer der Wellenmechanik, E. Schrödinger, aus.[8]

Wie zuvor bemerkt, entwickeln Physiker, wenn sie ein Ergebnis anstreben, zuweilen durchaus unterschiedliche, miteinander nicht übereinstimmende Formulierungen ein und derselben Theorie, d. h. sie formulieren unterschiedliche Theorien ein und derselben Erscheinung. So war es auch bei der Ausarbeitung der Quantenmechanik. In dieser Theorieentwicklung kann man zwei Richtungen erkennen. Eine geht von der klassischen, atomistischen Tradition aus, die die Welt in den kategorialen Bestimmungen der Diskontinuität sieht. Diese Richtung wird in den bereits erwähnten Auffassungen Einsteins zur Strahlungsquantelung sowie auch in der alten Bohr-Sommerfeld-Quantentheorie vertreten. Obgleich Bohr sich vergleichsweise lange der Einsteinschen Idee von den Lichtquanten versperrte, dachte er doch bei der Erstellung der älteren Quantentheorie in den Kategorien der Diskontinuität. Seine Theorie basierte auf der Vorstellung von diskreten Energieniveaus der Atome und auf der Idee von Quantensprüngen der Elektronen. Die ältere Quantentheorie erwies sich im gewissen Sinne als Vorbild für die Matrizenmechanik Heisenbergs, Borns und Jordans, mit ihren diskreten Indizes der Matrixelemente (analog den Quantenzahlen der alten Quantentheorie) und generalisierten Bewegungsgleichungen vom Hamilton-Typ (analog den klassischen Hamilton-Gleichungen, die in der älteren Quantentheorie angewandt wurden).

Die zweite Richtung in der Entstehung der Quantenmechanik zeigt die Fortsetzung der feldtheoretischen Tradition der klassischen Physik, die die Position der Kontinuität vertrat. Sie umfaßt die Konzeption der Materiewellen von L. de Broglie sowie die Wellenmechanik Schrödingers, die im Gegensatz zur alten Bohr-Sommerfeld-Quantentheorie und auf der Grundlage der Ideen de Broglies entstand.

Die konzeptionelle Grundlegung der Quantenmechanik führte zur logisch konsistenten Formulierung dieser Theorie, aber nicht nur [179] darum ging es. Die konzeptionelle Grundlegung der Quantenmechanik sicherte zugleich auch die Vereinigung der beiden Formulierungen der Theorie. Schon 1926, als Schrödinger seine ersten Artikel zur Wellenmechanik publizierte, beschäftigte er sich mit Frage der Beziehung seiner Theorie zur Matrizenmechanik von Heisenberg-Born-Jordan. Er war der Meinung, die mathematische Äquivalenz der Wellen- und Matrizenformulierung nachgewiesen zu haben. Man kann jedoch mit N. R. Hanson darin übereinstimmen, daß Schrödinger nicht die Äquivalenz, sondern die „wechselseitige Transformierbarkeit“ beider Formulierungen erkannte, d. h., er brachte die grundlegenden Matrizen- und Wellenvorstellungen in Übereinstimmung.[9] Im gleichen Sinne äußerte sich auch B. L. van der Waerden, der zeigte, daß Schrödinger nicht die Äquivalenz nach dem Schema A É B und B É A, bewies, wobei A die Aussagen der Matrizentheorie und B die Aussagen der Wellentheorie sind.[10] Eine Vereinheitlichung der Matrizen- und Wellenformulierung erreichte P. A. M. Dirac, der neue, tiefergehende Begriffe und Prinzipien formulierte. Erst Dirac erkannte in beiden Formulierungen zwei unterschiedliche Darstellungen *einer* Theorie.

Eine weitere Vervollständigung der Quantenmechanik findet man in den Arbeiten J. von Neumanns, der das von Dirac entworfene Begriffs- und Prinzipiensystem weiter präzisierte.

[7] Vgl. M. Born; P. Jordan, Zur Quantenmechanik, in: Zeitschrift für Physik 34 (1925) S. 858-888.
[8] Vgl. E. Schrödinger, Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules, in: Physical Review 28 (1926) S. 1049.
[9] Vgl. N. R. Hanson, A Concept of the Positron: A philosophical Analysis, Cambridge 1963, S. 120.
[10] Vgl. B. L. van der Waerden, Fron Matrix Mechanice and Wave Mechanics to Unified Quantum Mechanics: Some Reminiscences, in: The Physicist’s Conception of Natur, Dordrecht 1973, S. 277.

Obwohl Dirac im Rahmen *einer* Theorie die Begriffssysteme der Matrizen- und Wellenvorstellung vereinigte, gelang ihm doch keine einheitliche Behandlung der beiden Spektraltypen (des diskreten und des kontinuierlichen Spektrums), wie sie beim Wasserstoff und anderen chemischen Elementen zu beobachten sind. Wie schon von Neumann bemerkte, war Diracs Theorie logisch streng nur für den Fall des diskreten Spektrums. Man kann bei von Neumann folgenden Gedanken finden: Bei der Behandlung des diskreten Spektrums befand sich Dirac unter dem Einfluß der Ideologie der Matrizenmechanik, die in ihrer ursprünglichen Form mit diesem Problem besser fertig wurde als mit der des kontinuierlichen Spektrums. Von Neumann verwies darauf, daß Dirac bezüglich des Kompromisses keine großen Schwierigkeiten hatte, den man gezwungen war einzugehen, wollte man die Darstellung der Wellenmechanik der der Matrizenmechanik anpassen.[11]

Mit den Arbeiten Diracs und von Neumanns entwickelten sich [180] die Forschungen zur konzeptionellen Grundlegung der Quantenmechanik zu einem eigenständigen theoretischen Gebiet über Quantenvorstellungen. Im Prinzip sind alle fundamentalen Probleme, die das Experiment und die Anwendungsforschung an die Quantentheorie stellen, mittels der durch Dirac ergänzten Matrizen- und Wellenformalismen lösbar. Es bleibt jedoch noch eine Reihe esoterischer Probleme (z. B. die Vollständigkeit der Quantentheorie, die verborgenen Parameter, die axiomatische Feldtheorie), die nach einer tiefergehenden Verallgemeinerung der konzeptionellen Grundlagen der Quantentheorie verlangen.

2. Die mathematische Grundlegung physikalischer Theorien und die heuristische Funktion der Mathematik in der Physik

In der Theorieentwicklung kann man zwei sich wechselseitig ergänzende Prozesse verfolgen – die konzeptionelle Grundlegung und die Gewinnung theoretischer Erkenntnis. In diesen Prozessen kommt der mathematische Apparat der Theorie zur Wirkung, wobei diese Wirkung in jedem der Prozesse unterschiedlich ist. Die konzeptionelle Grundlegung der Theorie schließt ihre mathematische Grundlegung, d. h. den konsistenten Aufbau dieser Theorie auf der Grundlage einer mathematischen Theorie, ein. Wie oben bemerkt wurde, führt die konzeptionelle Grundlegung zur logisch strengen Darstellung dieser Theorie. Logische Strenge ist leichter zu erreichen, wenn die Theorie in der Sprache der Mathematik und nicht in der gewöhnlichen natürlichen Sprache, ergänzt durch eine spezielle Terminologie, formuliert wird. Die konzeptionelle Grundlegung führt zugleich zur Integration unterschiedlicher Formulierungen einer Theorie. Die Mathematik verfügt über einen effektiven Mechanismus der Wissensintegration. Wir meinen damit die hierarchische Struktur des mathematischen Wissens nach N. Bourbaki[12] und hier insbesondere die Tatsache, daß in der Mathematik Theorienpyramiden existieren, die nach dem Prinzip „vom Besonderen zum Allgemeinen“ aufgebaut sind. Hierbei bilden die weniger abstrakten Theorien die Basis der Pyramide. Diese werden in die Theorien höheren Abstraktionsgrades integriert. Bei zwei oder mehreren physikalischen, in der Sprache der Mathematik formulierten Theorien, bezüglich derer ein Bedürfnis nach Vereinheitlichung spürbar ist, führt der Physiker diese mit [181] Hilfe der Mathematik durch: Die verallgemeinernde Theorie wird jene sein, die auf der mathematischen Theorie aufbaut, wohingegen die verallgemeinerten Theorien vom Standpunkt der mathematischen Theorie als partielle Realisierungen bzw. Vorstellungen betrachtet werden können.

Im 17., 18. und auch noch im 19. Jh. wurde die konzeptionelle Grundlegung durch naturphilosophische Begriffe und Prinzipien abgesichert. Zu diesen gehörten bei Newton und den Newtonianern die Kategorien des absoluten Raumes, der absoluten Zeit und der absoluten

[11] Vgl. J. v. Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Berlin 1933, S. 10-15/116-117.
[12] Vgl. N. Bourbaki, Elemente der Mathematikgeschichte Göttingen 1971.

Bewegung, bei Leibniz, Maupertuis und L. Euler das Prinzip der allgemeinen Zweckmäßigkeit. Im 20. Jh. setzte sich eine Tendenz durch, die die konzeptionelle Grundlegung einer physikalischen Theorie als deren mathematische Grundlegung begriff, d. h. die Formulierung der Grundbegriffe und Prinzipien erfolgte in der Art mathematischer Begriffe und Aussagen. Dabei verliert die Philosophie nicht an grundlegender Bedeutung. Die philosophische Grundlegung einer physikalischen Theorie hat jetzt jedoch methodologischen Charakter: Dieser besteht vorwiegend in der Präzisierung und Modifizierung methodologischer Regeln, denen die mathematisch aufgebaute physikalische Theorie genügen muß. So muß diese Theorie u. a. der Kausalitätsforderung (d. h., sie muß Bewegungsgleichungen enthalten) und der Symmetrieforderung (d. h., sie muß dieser oder jener Transformationstheorie) genügen.

Im Prozeß des Erkenntnisgewinns spielt der mathematische Apparat schon nicht mehr die Rolle eines Garanten für logische Strenge und eines Instruments der Wissensintegration. Hier äußert sich die heuristische Rolle der Mathematik: In der Sprache der Mathematik werden jene Probleme formuliert und gelöst, die das Experiment und die angewandte Forschung der Theorie stellen. Wenn bei der mathematischen Grundlegung die Mathematik quasi die Physik vereinnahmt, die mathematischen Konstruktionen sich als Abbilder der physikalischen Realität erweisen, so ergänzt die Mathematik bezüglich des Erkenntnisgewinns die eigentlich physikalische Betrachtung des Problems.

Wir stellten die in der physikalischen Theorie angewandte Mathematik den physikalischen Ideen und Vorstellungen gegenüber. Eine solche Gegenüberstellung, die man übrigens in der physika[182]lischen Literatur nicht selten antrifft, ist allerdings nicht ganz korrekt: Die in der Physik verwendeten mathematischen Konstrukte haben immer in irgend einer Weise einen physikalischen Hintergrund, sind immer mit dem Experiment oder der Beobachtung verbunden. Richtiger ist es, in physikalischen Theorien nicht Mathematik und Physik, sondern Mathematik und anschauliche (im weitesten Sinne des Wortes) Vorstellungen, die in der natürlichen, durch eine spezielle Terminologie ergänzten Sprache ausgedrückt werden, zu unterscheiden. Bei einem solchen Herangehen an die physikalische Theorie wird unser epistemologisches Schema (konzeptionelle Grundlegung – Erkenntnisgewinn) mit folgendem Inhalt erfüllt. Bei der konzeptionellen Grundlegung einer physikalischen Theorie tritt deren mathematische Darstellung in den Vordergrund, da in deren Rahmen die theoretischen Grundbegriffe und Prinzipien formuliert werden. Die anschaulichen Überlegungen spielen bei der konzeptionellen Grundlegung eine unterstützende, erläuternde Rolle. Bei der Gewinnung theoretisch-physikalischer Erkenntnis ergänzen sich der anschauliche und der mathematische Teil der Theorie.

Kehren wir zur Analyse der Quantentheorie zurück. Wie in der Literatur bemerkt wird, kann die Plancksche Entdeckung als Realisierung der Methode der mathematischen Hypothese betrachtet werden.[13] Planck, der das universelle Strahlungsgesetz des Energiespektrums des schwarzen Körpers aufstellte, erriet den Ausdruck für die Entropie dieser Strahlung. Er ließ sich dabei von der schon früher von ihm aufgestellten mathematischen Form dieses Ausdrucks und von Überlegungen zur Einfachheit leiten. Bei der Erklärung des von ihm gefundenen Strahlungsgesetzes stellte sich Planck auf Boltzmanns Standpunkt, d. h. auf den der Statistischen Mechanik, und leitete die quantenhafte Energieverteilung von harmonischen Oszillatoren ab. In diesem Zusammenhang entstand seine Idee von der Quantisierung.

Mit der Methode der mathematischen Hypothese arbeitete auch Heisenberg, als er die Grundlagen der Theorie, die die Bezeichnung Matrizenmechanik erhielt, schuf. Auf seine Überlegungen wirkten zwei scheinbar unvereinbare Faktoren. Erstens ließ sich Heisenberg vom

[13] Vgl. I. V. Kuznecov, O matematičeskoj gipotese, in: Voprosy filosofii (1962) 10.

Prinzip der Beobachtbarkeit leiten, das er der Methodologie der älteren Quantentheorie mit ihren unbeobachtba-[183]ren Trajektorien und Elektronengeschwindigkeiten entgegen stellte. Zweitens wurde Heisenberg von dem Gefühl beherrscht, daß „im Atom irgend etwas mit dieser richtigen (spektroskopischen – d. A.) Frequenz schwingen“[14] müsse.

Heisenberg, der das Problem des Wasserstoffs behandelte, wandte sich von der üblichen, in der älteren Quantentheorie benutzten Zerlegung der räumlichen Koordinate des Elektrons (als Funktion der Zeit in der Fourier-Reihe) ab. Statt dessen schlug er „quantentheoretische Größen“ nach Art der nichtklassischen Darstellung (des Heisenberg-Bildes nach J. B. Rumer[15]) vor, das nach seiner Meinung aus beobachtbaren Größen besteht – den spektroskopischen Frequenzen, Amplituden, die den Intensitäten der Spektrallinien entsprechen, und den Phasen. Durch Formulierung der Quantenbedingungen für die Frequenzen und Amplituden und unter Benutzung der Newtonschen Gleichungen löste Heisenberg die Aufgabe eines harmonischen Oszillators und damit die fundamentale Aufgabe der Atomphysik jener Zeit.

In den auf Heisenbergs Artikel folgenden Publikationen Borns und Jordans und in der Arbeit der drei Autoren Heisenberg, Born und Jordan finden wir die mathematische Grundlegung der Ideen Heisenbergs, die deren konzeptionelle Grundlegung sicherte. Da sie in der Heisenberg-Darstellung Matrizen vorfanden, führten Born und Jordan in das Fundament der Theorie die Begriffe der quantentheoretischen Koordinaten und Impulse ein. Sie formulierten Vertauschungskriterien sowohl für diese Größen untereinander als auch für jede von ihnen und der Energie. Born und Jordan lösten die Aufgabe des harmonischen Oszillators, ohne, wie Heisenberg, Zuflucht zum Korrespondenzprinzip zu nehmen. In der Arbeit von Heisenberg, Born und Jordan wurde die Konzeption der kanonischen Transformationen in die Theorie eingebaut und die Integration früher gewonnener Quantenideen und -formeln (beispielsweise die Formel der quantenmechanischen Dispersion) im Rahmen der Theorie fortgesetzt.

Wie schon oben bemerkt wurde, schuf Dirac die verallgemeinerte konzeptionelle Grundlage für die Matrizen- und Wellentheorie. Diese war ihrem Wesen nach mathematisch. Schrödinger, der sich vor Dirac mit der Beziehung zwischen Matrizen- und Wellentheorie beschäftigt hatte, betonte den Vorzug der Wellen-[184]theorie, die ein anschauliches Bild der von ihr beschriebenen Erscheinungen liefere. Dirac aber strebte eine neutrale Relation zwischen Matrizen- und Wellentheorie an. Er verwies darauf, daß die Forderung nach Anschaulichkeit für eine physikalische Theorie nicht obligatorisch sei. Des weiteren wies er darauf hin, daß die beiden historisch entstandenen Formulierungen der Quantenmechanik – von denen die eine die Realität in Begriffen der Diskontinuität faßt, die andere von Kontinuum-Vorstellungen ausgeht – nicht über jene Fundamentalität verfügen können, die ihnen gewöhnlich zugesprochen wird.[16] Worin besteht Diracs neutrale Haltung? Er führte in die Grundlagen der Quantenmechanik die Transformationstheorie ein, die es gestattet, die Matrizen und Wellendarstellung als Sonderfälle dieser Theorie zu behandeln.

Die von Dirac geschaffene Grundlegung der Quantenmechanik wurde durch von Neumann weiter vertieft. Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß Dirac keine einheitliche Theorie für diskrete und kontinuierliche Spektren lieferte. Mathematisch streng wurde von ihm nur das Problem des diskreten Spektrums gelöst, indem es in die von Dirac verwendete Theorie des Hilbert-Raumes „eingepaßt“ wurde. Das kontinuierlich. Spektrum wurde von ihm mittels der δ-Funktion betrachtet, für die es in jener Zeit keine strenge Theorie gab. Diesen Verzicht auf Strenge hielt Dirac psychologisch für berechtigt. Bei all seinem Bemühen um Neutralität

[14] W. Heisenberg in einem Brief an L. B. van der Waerden: vgl. L. B. van der Waerden, Sources of Quantum Mechanics, edited with a historical introduction, Amsterdam 1967, S. 29.
[15] Vgl. Ju. B. Rumer, Vvedenie v volnovuju mechaniku, Moskva/Leningrad 1935, Teil 1, S. 127.
[16] Vgl. P. A. M. Dirac, Die Prinzipien der Quantenmechanik. Leipzig 1930, S. 7 ff.

neigte er doch stärker zur Matrizendarstellung der Quantenmechanik, mit der die Natur in Termini der Diskontinuität beschrieben wird. Das diskrete Spektrum und die damit verbundene Problematik standen in logischer Hinsicht für ihn an erster Stelle. Von Neumann, der die Theorie des Hilbert-Raumes vervollständigte, gelangte zu einem einheitlichen Standpunkt bezüglich diskreter und kontinuierlicher Spektren.

1926-27 und in den darauffolgenden Jahren wurde nicht nur an der mathematischen Grundlegung der Quantenmechanik gearbeitet. Auch Interpretationsprobleme und die philosophisch-methodologischen Voraussetzungen der neuen Theorie wurden untersucht – hierbei vor allem die wahrscheinlichkeitstheoretische Kausalitätskonzeption. Somit erfolgte die Integration von Matrizen- und Wellentheorie nicht nur durch die mathematischen Konstrukte der Transformationstheorie, sondern auch durch die von M. Born [185] und Dirac ausgearbeitete wahrscheinlichkeitstheoretische Interpretation der Wellenfunktion. Diese warf jedoch die Frage nach der Vollständigkeit der Quantentheorie auf. Aus klassischer Sicht auf die Kausalitätsproblematik erschien die in den Begriffen der Wahrscheinlichkeitstheorie interpretierte Quantentheorie als chronisch unvollendete, unvollständige Theorie. Für die Vollständigkeit der Quantentheorie argumentierend, brachte Heisenberg seine Vorstellungen von Messung als Störung des Quantenobjekts ein. Seine Argumentation stieß allerdings auf unüberwindbare Schwierigkeiten, als Einstein (zusammen mit Rosen und Podolski) sein bekanntes Gedankenexperiment in die Diskussion brachte. Erst N. Bohr gelang es, die Vollständigkeit der Quantenmechanik zu verteidigen, als er, durch Entwicklung des Komplementaritätsgedankens die Ganzheit der „Quantenerscheinung“ annahm, die sowohl das Quantenobjekt als auch den Meßvorgang in sich einschloß.

Wir wollen nicht unbemerkt lassen, daß in den Arbeiten von Neumann das Vollständigkeitsproblem der Quantentheorie eine mathematische Behandlung erfuhr, die, obgleich sie den Vorstellungen Bohrs nicht widersprach, ohne seine Idee von der Ganzheitlichkeit der Quantenerscheinung, die auf Schwierigkeiten philosophischer Natur stieß, auskam. Von Neumann bewies die Unmöglichkeit der Einführung verborgener Parameter in die Quantentheorie, indem er sich dabei auf die Struktur dieser Theorie stützte. Im weiteren Verlauf erfuhr sein Beweis eine Weiterentwicklung, wobei der Begriff verschiedener verborgener Parameter eine Rolle spielt.

Die Vervollständigung dieses Beweises verlangte nach einer weiteren Vertiefung der konzeptionellen Grundlagen der Quantenmechanik. Eine Formulierung der Grundbegriffe und -prinzipien war erforderlich, die sowohl die mathematische Darstellung Diracs und von Neumanns (der Theorie des Hilbert-Raume.) als den Wahrscheinlichkeitsbegriff, der zur empirischen Interpretation dieser Theorie notwendig war, in sich vereinen würde. Diese Vertiefung der konzeptionellen Grundlagen wurde durch die Einbeziehung neuer mathematischer Methoden erreicht. Es wurde ein neuer, nichtklassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff eingeführt und die Quantenmechanik im weiteren als eine statistische [186] Theorie begriffen.

Zu Beginn dieses Artikels wurde auf zwei Standpunkte bezüglich der mathematischen Grundlagen aufmerksam gemacht. Wir denken, daß es der Inhalt dieser Arbeit erlaubt, den ersten der beiden Standpunkte zu unterstützen, der die mathematischen Grundlagen in der konzeptionellen und strukturellen Ausarbeitung der Theorie sieht. Wenn wir die Entwicklung einer physikalischen Theorie innerhalb des Schemas „konzeptionelle Grundlagen – Erkenntniszuwachs“ betrachten, finden wir die Vorauesetzungen für den zweiten Standpunkt bezüglich der mathematischen Grundlagen, der diese Untersuchung diskreditiert. Wir können jetzt argumentativ Einwände gegen diesen Standpunkt erheben. [189]

Fritz Gehlhar
Mathematisierung und Selbstorganisationsforschung

Von F. Engels wurde das evolutionäre Weltbild der Wissenschaften anvisiert und skizziert.[1] Neben und nach ihm versuchte eine Reihe von Forschern und auch populärwissenschaftlichen Schriftstellern zum Ausgang des 19. und zu Beginn des 20. Jahrhunderts, es zu umreißen und weiter auszuarbeiten.[2] Heute zeichnen sich bereits sehr deutlich seine Konturen ab.[3] Zu den wichtigen Merkmalen dieses Konturierungsprozesses gehört der Beitrag, der aus der Entwicklung der Physik resultiert. Hervorzuheben sind dabei vor allem zwei Aspekte.

1. F. Engels begründet seine Aussage, daß in der Kantschen Kosmogonie der „Springpunkt alles ferneren Fortschritts" läge, mit den Worten: „War die Erde etwas Gewordenes, so mußte ihr gegenwärtiger geologischer, geographischer, klimatischer Zustand, mußten ihre Pflanzen und Tiere ebenfalls etwas Gewordenes sein, mußte sie eine Geschichte haben nicht nur im Raum nebeneinander, sondern auch in der Zeit nacheinander."[4] Heute nimmt die kosmogonische Erkenntnis im wissenschaftlichen Weltbild ebenfalls einen hohen Rang ein. Mit der modernen, evolutionären Kosmologie bildet sich immer mehr ein globaler einzelwissenschaftlicher Rahmen für die Einordnung verschiedenster Untersuchungen zur Herausbildung der uns bekannten Strukturen heraus. Das Entstehen der für unseren Kosmos charakteristischen Typen von Elementarteilchen und physikalischen Wechselwirkungen, der leichtesten chemischen Elemente (Wasserstoff, Helium) als stofflicher Basis für die Formierung der großräumigen kosmischen Strukturen wie der Galaxienhaufen und ihrer Verteilung sowie deren Bildung selbst sind ihr ureigenster Gegenstand. Für die Entstehung von Sternen und Planetensystemen, die Synthese der weiteren chemischen Elemente (atomare Evolution), die molekulare Evolution der interstellaren Materie usf. erforscht sie die Anfangs- und Randbedingungen und ist damit eine wichtige Grundlage für das Verständnis der Entstehung von Erde und Leben.

2. Die Physik ist offenbar dabei, als letzte der Grundlagenwissenschaften den Durchbruch zum Verständnis von Evolution zu [190] vollziehen.[5] Nach Meinung von Spezialisten kann man konstatieren, daß die Physik der Selbstorganisation bereits eine gewisse Abrundung erfahren hat. Auf die Frage nach den notwendigen physikalischen Bedingungen für Evolutionsprozeese könnten zwar „endgültige Antworten zur Zeit noch nicht gegeben werden", schon aber lägen „eine Reihe fundamentaler Ergebnisse" hierzu vor, „die solide Ausgangspunkte darstellen".[6] Es gibt erste Versuche einer integrativen Darstellung dieser Ergebnisse.[7] E. Schrödinger schreibt 1944 in „Was ist Leben?", es müsse immer betont werden, daß der Sachverhalt, daß es in der Natur eine waltende Ordnung gäbe, die die Kraft besitze, sich selbst zu erhalten und geordnete Vorgänge hervorzurufen, „dem Physiker durchaus nicht ohne weiteres einleuchtet, sondern verblüffend erscheinen muß, weil er ihm noch nie begegnet

[1] Marx/Engels, Werke, Bd. 20, S. 22-24, 320-324.
[2] Sogar L. Büchner geht nach Erscheinen von Darwins Arbeit zu einer evolutionären Weitsicht in den Weiteren Auflagen von „Kraft und Stoff" und später sogar zur expliziten Aufnahme Engeisscher Gedankengänge über. Um die Jahrhundertwende gibt es eine Vielzahl von Publikationen, die die Naturgeschichte als einheitlichen Prozeß, der von der kosmischen Evolution bis hin zum Menschen führt, darstellen.
[3] Vgl. V. V. KazjutinskiJ/R. S. Karpinska$_3$a, Ideja razvitija i poznanie struktury materii. In: Voprosy filosofii, 9/1981, S.117.
[4] Marx/Engels, Werke, Bd. 20, S. 316.
[5] Unter „Evolution" wird hier in Anlehnung an W. Ebeling eine Folge auseinander hervorgehender Selbstorganisationsprozesse verstanden.
[6] W. Ebeling/R. Feistel, Physik der Selbstorganisation und Evolution. Berlin 1982, S. 29.
[7] Zum Beispiel die unter (6) zitierte Arbeit.

ist.“[8] Im Rahmen der physikalischen Kosmogonie dagegen hatte die Beschäftigung mit Evolution bereite eine lange Tradition. Heute werden Ergebnisse der Selbstorganisationsforschung sowohl bei der Aufklärung physikalischer Grundlagen der biotischen Evolution als auch zur Beschreibung und Erklärung kosmischer Strukturbildungsprozesse herangezogen.[9]

Das Werden der neuzeitlichen Physik ist untrennbar mit dem Programm der Mathematisierung der Wissenschaften verbunden. In dieser Entwicklung wird durch die Physik von Lebensprozeesen und die physikalische Kosmogonie eine tiefe Widersprüchlichkeit in der Realisierung dieses Programms markiert.

Ein Paradoxon der Wissenschaftsgeschichte

„In seiner Physik hatte Descartes der Materie selbstschöpferische Kraft verliehen und die mechanische Bewegung als ihren Lebensakt gefaßt.“ So K. Marx in der „Heiligen Familie“ zu der einen Seite der dualistischen Philosophie R. Descartes’.[10]

Descartes’ Ideen vom Weltwerdungsprozeß kamen nicht von ungefähr. Die Erklärung von Werden und Vergehen als eines gesetzmäßigen Prozesses, als universell für die materielle Welt im kleinen und großen sowie die Suche nach den Evolutionsmechanismen waren der Wissenschaft der Neuzeit als Aufgabe gestellt. In der Renaissance-Philosophie war in der Auseinandersetzung mit der aristotelischen Auffassung des Verhältnisses von Mate-[191]rie und Form der Standpunkt einer einzigen, selbstbewegten, sich ständig verändernden Materie erarbeitet worden.[11] Logische Konsequenz der copernicanischen Idee war die Aufhebung der Sicht einer Zweiteilung der Welt in einen sublunaren Bereich des Entstehens und Vergehens. von Veränderlichkeit, Leben und Tod, und in die himmlische Region von ewiger Vollkommenheit und Unveränderlichkeit.[12] Die Philosophie der Aufklärung fügte als ausgebildete Idee den Gedanken des Fortschritts hinzu. Dennoch bedurfte es für die Durchsetzung des Entwicklungsgedankens in den verschiedenen Einzelwissenschaften einer längeren Zeit, teilweise einiger Jahrhunderte.

Illusionen existierten über die exakte, damit auch mathematische Erfassung von Evolutionsprozessen in der unbelebten Natur. Nach den Vorstellungen von Descartes und Kant sollte es zunächst möglich sein, für diesen Bereich der Wirklichkeit die Gesetzmäßigkeiten zu finden. Descartes berichtet in der „Abhandlung über die Methode“[13], wie er bei der Entwicklung seiner Weltentstehungslehre vorgegangen ist; „Zunächst habe ich versucht, ganz allgemein die Prinzipien oder ersten Ursachen alles dessen, was in der Welt ist oder sein kann, zu finden... Danach habe ich untersucht, welches die ersten und gewöhnlichen Wirkungen sind, die sich aus diesen Ursachen ableiten ließen. Dadurch habe ich, wie mir scheint, die Himmelsgewölbe, Gestirne, eine Erde und selbst auf dieser Wasser, Luft, Feuer Mineralien und einige andere derartige Dinge gefunden, die die allergemeinsten und einfachsten und infolgedessen am leichtesten zu erkennen sind. Als ich sodann zu den mehr besonderen hinabsteigen wollte, haben sie sich mir in so gewaltiger Mannigfaltigkeit dargeboten, daß es seiner Ansicht nach dem menschlichen Geist nicht möglich war, die auf der Welt vorhandenen Körperformen oder Arten von einer

[8] E. Schrödinger. Was ist Leben? München 1951, S. 110.

[9] Beispielsweise Eigens Konzeption des Hyperzyklus oder die Erklärung der Entstehung der großräumigen kosmischen Struktur (Verteilung der Galaxienhaufen) mit Hilfe der Instrumentarien der Katastrophentheorie.

[10] Marx/Engels. Werke, Bd. 2, S. 133.

[11] Vgl. zum Beispiel: A. Ch. Gorfunke1, Filosofija ėpochi vozroždenija, Moskva 1980; Veränderung und Entwicklung (hrsg. von G. Stiehler), Berlin 1974.

[12] F. Gehlhar, Auf dem Wege zum evolutionären Weltbild. In: W. Hollitscher, Naturbild und Weltanschauung. Berlin 1965, S. 172 ff.

[13] R. Descartes. Ausgewählte Schriften. Leipzig 1980, S. 54/55.

unendlichen Anzahl anderer zu unterscheiden, die dort vorhanden sein könnten...“. Aus den Prinzipien ließen sich also Kosmogonie und Geogonie ohne weiteres deduzieren. Andererseits wären die Kraft der Natur so gewaltig und so umfassend und Descartes’ Prinzipien so einfach und allgemein, daß er kaum „eine besondere Wirkung“ bemerken könne, von der nicht gleich zu erkennen sei, daß sie aus den Prinzipien in verschiedener Art abgeleitet werden könne. Um hier Ent-[192]scheidungen treffen zu können, müsse man Experimente anstellen. Die Anzahl der Versuche, die nötig wären, ein Gesamtbild der Natur zu erhalten, wäre so groß, daß sie tausendmal die Möglichkeiten seiner Hände und seines Einkommens übersteigen würden.

Immerhin ist Descartes von der prinzipiellen Möglichkeit eines Vorankommens in der ihm vorschwebenden Richtung überzeugt. Bei I. Kant ist die Haltung skeptischer. „Gebet mir Materie, ich will eine Welt daraus bauen!“ lautet der bekannte, stolze Ausspruch in seiner „Allgemeinen Naturgeschichte und Theorie des Himmels“.[14] Aber er sagt dort auch: „Ist man imstande zu sagen: Gebet mir Materie, ich will euch zeigen, wie eine Raupe erzeugt werden könne?“ Seine Antwort lautet, „daß eher die Bildung aller Himmelskörper, die Ursach’ aller ihrer Bewegungen, kurz, der Ursprung der ganzen gegenwärtigen Verfassung des Weltbaues werde können eingesehen werden, ehe die Erzeugung eines einzigen Krauts oder einer Raupe aus mechanischen Gründen deutlich und vollständig kundwerden wird.“[15]

Erkenntnistheoretisch liegt hier eine Überschätzung der analytischen Methode vor. Die Geschichte hat in ihrem Gang die Aufeinanderfolge in der Durchsetzung von Entwicklungsauffassungen gerade umgekehrt. Es sind diejenigen Wissenschaften, die eine qualitative, von vornherein komplexe, ganzheitliche Sicht auf ihren Forschungsgegenstand haben, die als erste zu Evolutionstheorien kommen. Dies geschieht in einer Situation, die es erlaubt, qualitative, ganzheitliche Betrachtungsweise und vielfältiges Tatsachenmaterial zu verbinden, z. B. in der Lehre Darwins oder der marxistischen Gesellschaftstheorie.

Wohl der entscheidende Grund dafür, daß der Physik so spät, als letzter der fundamentalen Wissenschaften der Durchbruch zum Verständnis von Selbstorganisation und Evolution gelingt, liegt in ihrem hohen Anspruch an die Behandlung ihres Gegenstandes begründet. Physik im modernen Sinne ist von vornherein an mathematische Darstellung, numerische Auswertung und quantitative Überprüfbarkeit gebunden. Das Entstehen und die Entwicklung der ersten Wissenschaft nach heutigem Verständnis, der klassischen Mechanik, ist von einer stürmischen Entwicklung der Mathematik begleitet. Ohne die dabei geschaffene Mathematik gäbe es die Mechanik nicht, und – umgekehrt – erhält die Mathematik von den [193] Aufgabestellungen der Mechanik die stärksten Impulse. Somit ist Herausbildung der neuzeitlichen Wissenschaft mit einem intensiven Mathematisierungsprozeß verbunden. Im Denken des 17. und 18.Jh. wird der Mathematik eine substanzielle Bedeutung für die wissenschaftliche Erkenntnis insgesamt zugeschrieben. Es „breitet sich, einer wunderbaren Vision gleich, ein Schein der Exaktheit, der unantastbaren Sicherheit über die Gefilde Wissenschaft, und eine Hoffnung blüht auf, die im 17. Jahrhundert und noch weit darüber hinaus eine Art Erkenntnisrausch erzeugt hat.“[16]

Programm der Mathematisierung – philosophisch begründet (Descartes)

R. Descartes gehört zu den „Sternen erster Größenordnung“ am Himmel des „mathematischen Jahrhunderts“. Bedeutsam sind seine Beiträge zur Mathematikentwicklung selbst. Er sieht in dem Verfahren der Mathematik das Vorbild für jedes methodische Denken und begründet philosophisch das Programm der universellen Mathematisierung der Wissenschaften.

---

[14] I .Kant, Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels. Leipzig (1955), S. 30.
[15] ebenda, S. 30/31.
[16] K. Kanthack, Leibniz. Berlin 1946, S. 47.

Mit Format gehört Descartes zu denjenigen, die die Algebra mit der Geometrie verbinden und damit die Grundlegung der analytischen Geometrie betreiben. Er engagiert sich mit Erfolg für einen einheitlichen mathematischen Formalismus und systematisiert die Mathematik neu. Zu den mathematischen Wissenschaften rechnet man zu seiner Zeit neben Arithmetik und Geometrie auch die Astronomie, Musik, Optik, Mechanik usf. Descartes stellt die Frage, was Mathematik eigentlich sei. Beim Vergleich der genannten Disziplinen ergäbe sich, „daß man zur Mathematik genau all das rechnen muß, wobei nach Ordnung und Maß geforscht wird, ... so daß es also eine bestimmte Wissenschaft geben muß, die all das erklären wird, was der Ordnung und dem Maße unterworfen, was ohne Anwendung auf eine besondere Materie als Problem auftreten kann.“[17]

Diese allgemeine Mathematik oder Universalmathematik erschöpfe sich in der Untersuchung aller Fragen, „die sich bezüglich der Proportionen oder der Verhältnisse der Dinge aufwerfen lassen.“[18] Mit dieser Charakterisierung leistet er einen entscheidenden Beitrag dazu, der funktionalen Denkweise in der [194] Mathematik zum Durchbruch zu verhelfen. Neben der Einführung der variablen Größen und später der infinitesimalen Methode sind dies die hervorragendsten Errungenschaften der Mathematik des 17. Jahrhunderts.[19] Von Descartes stammt eine Reihe mathematischer bzw. mathematisch formulierter physikalischer Entdeckungen. So nimmt es denn nicht wunder, wenn für ihn die mathematische Methode als Vorbild für jegliche wissenschaftliche Methode dient. 1618 hat er eine Arbeit zur mathematischen Fundierung der Musik geschrieben; sie wird erst postum publiziert. Nach diesem Vorbild soll nun alle Wissenschaft auf das Niveau der Mathematik gehoben werden.[20] Diese ist ihm deshalb paradigmatisch für jedes methodische Denken, weil sie von einfachen, allgemein verständlichen Tatsachen oder Elementen ausgehe und von ihnen in strenger Weise auf komplizierteste Zusammenhänge schließe. Die an der Mathematik orientierte Rationalität ist auf Klarheit und Eindeutigkeit aus.

Jedoch nicht nur Vorbild soll die Mathematik für das wissenschaftliche Denken sein; jede wissenschaftliche Erkenntnis ist für ihn von Natur aus mathematisch. Descartes verkündet das Programm der Mathematisierung der Wissenschaften. Später wird Lambert sagen: „Was nicht gewogen und berechnet werden kann, geht mich nichts an, davon verstehe ich nichts.“[21]

Descartes’ Begründung des Mathematisierungsprogramms ist wesenhaft mit seiner philosophischen Grundposition verbunden. Sie ist idealistisch. Alle menschliche Erkenntnis beruht auf uns eingeborenen Ideen (ideae innatae), zu denen die Ideen der Substanz, der Zahl, der Dauer, der Gestalt usw. gehören. Diese sind einfach, allgemein und intuitiv evident. Durch Synthese und Deduktion erhalten wir aus ihnen zusammengesetzte, kompliziertere Erkenntnisse, mit denen wir unsere Erfahrungen erklären können. Die eingeborenen Ideen sind Ergebnis unserer Teilhabe an der res cogitans. Bekanntlich läßt Descartes auch den Menschen in einem natürlichen, d. h. mechanischen Prozeß aus der res extensa entstehen, bis hin zu seinen „Lebensgeistern“ und seinen Emotionen. Nur die vernünftige, unsterbliche Seele ist von Gott hinzugefügt. Gott verbürgt damit die Entsprechung von res cogitans und res extensa im Menschen, ist Voraussetzung wissenschaftlicher Rationalität und apriorischer Mathematik. Er wage zu behaupten, [195] sagt Descartes in der Methodenschrift, daß er „bestimmte Gesetze bemerkt habe, die Gott in der Natur so fest begründet und von denen er derartige Begriffe in unsere Seelen gelegt hat, daß wir ... nicht zweifeln können, daß sie in allem, was ist oder in der Welt geschieht, beobachtet werden können.“[22]

[17] R. Descartes, Ausgewählte Schriften, a. a. O., S. 83.
[18] Ebenda, S. 88.
[19] Biographien bedeutender Mathematiker (hrsg. von H. Wußing/W. Arnold), Berlin 1975, S. 149/150.
[20] Ebenda, S. 171.
[21] F. Löwenhaupt (Hrsg.), Johann Heinrich Lambert, Leistung und Leben, Mühlhausen 1943, S. 15.
[22] R. Descartes, Ausgewählte Schriften, a. a. O., S. 37.

Soviel zum Programm und seiner philosophischen Begründung. Wie steht es mit seiner Realisierung durch Descartes? Seine Darstellung der Genese von Kosmos, Erde, Leben und Mensch ist qualitativ. Er hat jedoch den festen Glauben, daß sich dieser Entwurf dem Mathematisierungsprozeß unterziehen läßt. Die grundlegenden Schwierigkeiten sieht er nicht. Sie liegen sowohl in der Mangelhaftigkeit der inhaltlichen Ansätze als auch in der Unentwikkeltheit der Mathematik. Ein Beispiel zeige das. Für Descartes gilt das Prinzip: Erst Kosmogonie, dann und daraus die Bewegung der Körper im Kosmos, also die Himmelsmechanik. Konkret sieht das dann so aus: Nach der Darstellung der Herausbildung der Planeten und der Sonne aus kosmischen Wirbeln schreibt er: „Endlich ist es nicht auffallend, daß alle Planeten, obgleich immer nach der Kreisbewegung streben, doch niemals vollkommene Kreise beschreiben, sondern in aller Weise, sowohl in der Länge als Breite, immer ein wenig davon abweichen. Denn da alle Körper in der Welt einander berühren und gegenseitig aufeinander wirken, so ist die Bewegung jedes einzelnen von den Bewegungen aller anderen bedingt und muß so auf unzählige Weise abweichen.“[23] Welche Mathematik soll die universelle Abhängigkeit aller Körper des Universums berücksichtigen können! Descartes’ Überlegungen hören hier auf, Newtons setzen hier ein. Dieser beginnt damit, daß er von jener universellen Wechselwirkung absieht. Sein Erfolgsrezept ist der Verzicht.

Erfolg durch Verzicht (Newton)

„Newton war Physiker und vor allem Physiker. Die astronomischen Räume waren sein gigantisches Laboratorium, die mathematischen Methoden das geniale Instrument. Newton ließ sich nicht von der rein astronomischen und rein mathematischen Seite der Arbeit ablenken, sondern blieb in erster Linie Physiker. Hierin liegt die außergewöhnliche Ausdauer und das Wirtschaftliche seines Denkens.“[24] So Wawilow über Quellen des Erfolgs von Newtons For-[196]schen. Newton hebt selbst hervor, daß ihm die Mathematik kein philosophisches Bekenntnis ist, sondern Mittel der physikalischen Forschung: „Während die ... Modernen sich bemüht haben, die Naturerscheinungen den Gesetzen der Mathematik unterzuordnen, ... habe ich die Mathematik in dieser Abhandlung insofern kultiviert, als ich sie zur Philosophie in Beziehung gesetzt habe.“ Er benutzt hier im Sinne des englischen Sprachgebrauchs „Philosophie“ als Bezeichnung für theoretische Naturwissenschaft oder theoretische Physik: „Ich betrachte jedoch mehr die Philosophie denn die Künste und schreibe nicht über die manuellen, sondern die natürlichen Kräfte…“[25]

Newtons Selbstbeschränkung äußert sich auch darin, daß er – im Gegensatz zu Descartes – die Kosmogonie beiseite schiebt und sich auf die Mechanik der Bewegung konzentriert. Sie ist das gerade noch Machbare. In gleicher Richtung wie Newton denken noch einige andere Forscher, z. B. E. Halley, vor allem aber R. Hooke.[26] Wie die Entstehungsgeschichte der „Principia“ zeigt, ist aber allein Newton in der Lage, mit seinen Fähigkeiten und neuen Erkenntnissen in der Mathematik die große Synthese aller Vorleistungen zur Mechanik wie Galileis, Keplers, Descartes’ usw. vorzunehmen und ihre Grundlagen auszuarbeiten.[27]

Enorm im konstruktiven, schöpferischen Sinne ist die Vereinfachungsleistung, die Newton zum Erfolg führt. Element des Verzichts ist, daß er die Kosmogonie Gott überläßt und die prinzipielle Unhaltbarkeit einer physikalischen Kosmogonie erklärt. Mit der Descartesschen

[23] R. Descartes, Prinzipien der Philosophie, Berlin 1670. S. 174.
[24] S. I. Wawilow, Isaac Newton. Berlin 1951, S. 204.
[25] Zitiert bei S. G. Brush. Kinetische Theorie, Bd. I. Berlin/Oxford/Braunschweig 1970. S. 88.
[26] Vgl. z. B. S. I. Wawilow, Isaac Newton, a. a. O.; A. N. Bogoljubov, Robert Hooke, Moskau 1984; V. Karcev, Newton, Moskau 1987.
[27] Vgl. Wawilow, Isaac Newton, a. a. o., S. 111; ebenfalls die anderen in Anm. (26) genannten Arbeiten.

Wirbelkosmogonie hat er sich intensiv auseinandergesetzt. Es wird sogar berichtet, daß er ihr anfangs sehr zugeneigt habe.

Ganz kann er sich allerdings kosmogonischer Spekulationen nicht enthalten. So stammt die Idee der Sternentstehung infolge eines Gravitationskollapses zerstreuter Materie von ihm. Unmittelbar wirksam und von ihm publiziert ist jedoch nur eine seiner Überlegungen zu kosmogonischen Effekten. Gerade ihre Geschichte ist äußerst instruktiv hinsichtlich der mathematischen Möglichkeiten zur Beschreibung von Selbstorganisation. Zudem handelt es sich um die erste erfolgreiche mathematische Modellierung, Berechnung und empirische Überprüfung eines kosmogonischen Effektes.

[197] In den „Principia" finden wir den Lehrsatz über die Figur der Planeten: Der Äquatordurchmesser sei größer als die Rotationsachse, die Figur des Planeten ist ein abgeflachtes Rotationsellipsoid. Newton erklärt diese Figur dadurch, daß er sich Planeten als (ursprünglich) flüssig vorstellt. Die Rotationsellipsoide sind dann sog. Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten, die sich im Ausgleich von Fliehkraft und Eigengravitation der Flüssigkeitskörper bilden. Nach dem Erstarren haben die (erdähnlichen) Planeten diese Figur beibehalten. Die Erdfigur ist also ein kosmogonischer Effekt. Der kosmogonische Prozeß wird über sein Resultat modelliert.

Newtons Überlegung fügt sich in eine zu seiner Zeit (z. B. Leibniz) diskutierte Hypothese der heißflüssigen Entstehung der Erde ein. Bestätigt wurde seine Theorie erst durch geodätische Messungen nach seinem Tode. Den Zugang zur Berechnung liefert ein einfaches Modell, das heute noch verwendet wird. Man denkt sich eine zylindrische Bohrung von einem Pol und einem Äquatorpunkt zum Erdzentrum. Die so entstandenen Hohlräume mit gleichem Querschnitt stellt man sich mit Wasser gefüllt vor. Damit diese Flüssigkeitssäulen einer Gleichgewichtsfigur entsprechen, muß des Gewicht der Flüssigkeitssäule längs der Rotationsachse gleich dem um die Zentrifugalkraft verminderten Gewicht der Flüssigkeitssäule in Richtung Äquator sein.

Newtons Schüler MacLaurin gibt dann eine allgemeinere, auch für große Rotationsgeschwindigkeiten gültige Formel. Das zweiachsige Ellipsoid ist deshalb nach ihm benannt. MacLaurins Gleichung ist die Grundlage für die erste Entdeckung einer Bifurkation: 1743 stellt T. Simpson fest, daß man beim Übergang zu kleinen Rotationsgeschwindigkeiten zwei Lösungen erhält, die Lösung einer angenäherten Kugelform und die eines ganz stark abgeflachten Ellipsoids.

Aus der Analyse der Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten erwächst eine relativ selbständige Forschungsrichtung der theoretischen Physik, die sich äußerst befruchtend auf die Entwicklung der mathematischen Analysis auswirkt. Eine große Anzahl namhafter Forscher widmet ihre Arbeiten diesen Untersuchungen: Lagrange, Jacobi, Legendre, Laplace, Dirichlet, Dedekind, Liouville, Cartan, Chandrasekhar u. a. G. H. Darwin, der als [198] erster daran geht, kosmogonische Modelle systematisch numerisch auszuwerten (Newtons Berechnung der Erdfigur blieb ein singuläres Beispiel), und damit der Kosmogonie die Anerkennung als physikalische Disziplin verschafft, benutzt ihre Ergebnisse, um Modelle zur Entstehung des Erde-Mond-Systems und von Doppelsternen zu entwickeln. Poincaré zieht diese Forschungen heran, um die Anfangsgründe der Bifurkationstheorie zu formulieren, Ljapunov, Cetaev u. a. zur Ausarbeitung der Theorie der Stabilität von Bewegungen und der Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen.

Zu Ende des vorigen Jh. ist zumindest für beteiligte Forscher der prinzipielle Gehalt der Bifurkationsidee so deutlich, daß er als universell für Evolutionsprozesse angesehen wird. Darwin, der sich selbst als „physikalischen Entwicklungstheoretiker“ bezeichnet[28], führt das Bifurkationsprinzip auf die Ebene der philosophischen Verallgemeinerung.[29]

Somit wird durch Newtons Wirken Descartes’ Programm der Mathematisierung der wissenschaftlichen Erkenntnis entscheidend vorangetrieben. Das wird erreicht durch eine bedeutsame Weiterentwicklung der Mathematik, vor allem durch die Schaffung und Anwendung des Infinitesimalkalküls; weiterhin dadurch, daß an der inhaltlichen Aufgabenstellung Abstriche gemacht werden, insbesondere durch Suspendierung der Kosmogonie als einer physikalischen Aufgabe; schließlich dadurch, daß durch starke Idealisierungen fundamentale Aspekte der physikalischen Wirklichkeit der mathematischen Behandlung zugänglich gemacht werden, z. B. durch die Behandlung von Planeten als Punktmassen oder durch Beschränkung auf das Zweikörperproblem. Damit werden Voraussetzungen geschaffen, die maßgebend für die spätere Wiederaufnahme der Beschäftigung mit den Problemen der Evolution, diesmal aber im Rahmen mathematisierter Theorien sind. Mit seinen Überlegungen zur Figur der Planeten hat Newton zugleich eine Forschungsrichtung angestoßen, die direkt in den mathematischen Ideenbereich, der den Selbstorganisationen zugrunde liegt, einmünden soll.

Empirische Voraussetzungen

Nicht nur das Fehlen der mathematischen Instrumentarien ist es, [199] was die baldige Realisierung des Descartesschen Gesamtkonzepts zur Illusion macht. Hinzu kommen ein äußerst mangelhaftes empirisches Material und ungenügende konzeptionelle Vorstellungen. Mit der Kosmogonie und der Theorie der Erdgeschichte sollte die exakte Erfassung von Evolutionsprozessen nach Descartes und Kant beginnen. Dafür, daß die Erde eine Geschichte hat, liegt im 17. Jh. bereits beeindruckendes Material vor. Zwar gibt es eine Reihe von Hinweise dafür, daß im Kosmos Veränderungen stattfinden; für die meisten Forscher sind diese empirischen Befunde keineswegs ausreichende Indizien dafür, daß Entstehen, Verändern und Vergehen universelle kosmische Erscheinungen darstellen. Lambert betrachtet noch in der zweiten Hälfte des 18. Jh. die beobachteten Veränderungen als nur lokal und schreibt ihnen die Funktion zu, Garant der Stabilität und Unveränderlichkeit der kosmischen Ordnung im großen zu sein. Für die Beobachtung signifikanter Veränderungen in der Kosmogenese oder Geogenese ist die Zeit eines Menschenlebens, ja die vieler Generationen völlig unzureichend. Evolutionstheoretische Überlegungen sind daher in erster Linie darauf angewiesen, entsprechende Modelle zu entwerfen, die heute beobachtbare Strukturen und Zustände als Resultat der modellierten Prozesse zu erklären gestatten. Ein mächtiges heuristisches Hilfsmittel der verschiedensten Evolutionstheorien besteht darin, aus dem aktuell beobachteten räumlichen Nebeneinander von Zuständen auf ihr zeitliches Nacheinander und genetisches Auseinander zu schließen. Die Geogonie macht dies mit den verschiedenen geologischen Schichten, die sie in ihrer räumlichen Aufeinanderfolge als Relikte eines historischen Nacheinanders versteht. In der Kosmogenie wendet W. Herschel als erster dieses Prinzip an, indem er im Teleskop nicht auflösbare „Nebelflecken“ als Kantsche „Urnebel“ deutet; dagegen „Nebel“, die sich teleskopisch in Sternsysteme auflösen lassen, als im kosmischen Evolutionsprozeß aus den Urnebeln entstandene betrachtet.

Wie im kosmischen Bereich, so wird auch im Labor Selbstorganisation als signifikanter Einzelakt einer Evolutionskette so gut wie nicht beobachtet. Mitunter werden derartige Prozesse gesehen, wie z. B. chemische Oszillationen. Man betrachtet sie aber eher als Kuriositäten. Plateau erzeugt 1842 Rotationsfi-[200]guren von Flüssigkeiten, indem er Tropfen einer Flüssigkeit in eine andere Flüssigkeit von gleicher Dichte bringt und in Drehung versetzt. Von der

[28] G. H. Darwin, Ebbe und Flut, Leipzig/Berlin 1911 (2. Aufl.), S. 346.
[29] G. H. Darwin, Cosmical Evolution; in: Scientific Papers, Vol. IV, Cambridge 1911, S. 524/2S.

Astrophysik wird dieser Versuch mit größtem Interesse aufgenommen, da hier im Labor vor ihren Augen eine verblüffende Analogie zur Rotationsfigur der Planeten und auch ein Modell des Saturnringes entsteht. Im großen und ganzen sind aber die von den Physikern gesehenen Prozesse für sie so wenig signifikant für Selbstorganisation, daß Schrödinger noch Mitte unseres Jahrhunderts die eingangs zitierten Worte aussprechen kann, daß dem Physiker die Eigenschaft physikalischer Systeme, sich selbst zu erhalten und geordnete Vorgänge hervorzurufen, „noch nie begegnet ist".

Gibt es im Labor beobachtbare Prozesse, die augenfällig und faszinierend Selbstorganisation vorführen, wie die chemischen Oszillationen, die Plateauschen Figuren oder später der Übergang vom Lampen- zum Laserverhalten, die Bérnard- oder Marangoni-Effekte, so ist zum wesentlichen Teil der Umstand, daß Selbstorganisation der Physik „noch nie begegnet ist", auch der entsprechenden Sicht auf die Dinge zuzuschreiben. Es ist charakteristisch, daß Uhren, die doch ein sehr prägnantes Beispiel für selbsterregte Schwingungen („Autoschwingungen") darstellen[30], jahrhundertelang und sogar noch heute zur Verdeutlichung mechanistischen Denkens herangezogen werden.[31] Bekanntlich gibt es keine „reine Erfahrung"; Beobachtungen können so oder so interpretiert werden. Damit man Selbstorganisationseffekte als solche sieht, bedarf es einer Konzeption der Selbstorganisation. Für viele längst von uns gekannten Prozesse bedurfte es des von Th. Kuhn so beschworenen Sichtwechsels („switch"), damit sie als typische Selbstorganisationsprozesse ausgemacht werden konnten.

Theoretische Voraussetzungen

Neben den mathematischen Instrumentarien gehören auf theoretischer Ebene zu den Voraussetzungen für die Selbstorganisationsforschung das philosophische Verständnis und die Formulierung der entsprechenden einzelwissenschaftlichen Prinzipien der Selbstorganisation. Das Ringen um das philosophische Erfassen der „selbstschöpferischen Kraft der Materie" beginnt – zumin-[201]dest für Europa – mit den ersten Philosophen der griechischen Antike. Die ionischen Naturphilosophen setzen den mythischen Vorstellungen vom Werden der Welt als Theogonie, die oft mit der Annahme der Entstehung aus dem Nichts verbunden ist, das Werden und Vergehen der Welten auf der Grundlage eines ewigen Urstoffs entgegen. Bereits in der antiken Philosophie wird die Rolle der Gegensätze als Voraussetzung für Entstehen und Vergehen herausgearbeitet. Detailliert werden Überlegungen zu den Mechanismen von Entstehen und Vorgehen sowie die Frage nach der Verbindung von Entstehen und Vergehen zu einer Folge auseinander hervorgehender Prozesse, nach der „Notwendigkeit des Weltprozesses", entwickelt.

Mit dem Übergang zur Neuzeit beginnt der ausgeprägte Prozeß der Emanzipation der Einzelwissenschaft von der Philosophie (und natürlich der Theologie). Damit setzen sich philosophische und einzelwissenschaftliche Fragestellungen gegeneinander ab. Zunächst aber erfolgt noch im Rahmen der naturphilosophischen Spekulation in der Renaissance-Philosophie, weitgehend auch noch bei Descartes u. a. der Versuch, anstelle des christlich Überformten aristotelischen Weltbildes mit seiner Zweiteilung der Welt eine Auffassung von der Welt zu schaffen, in der diese eine einzige, in sich konsistente Welt darstellt. Der erste große Entwurf einer Weltentstehungslehre der Neuzeit wird im Rahmen einer dualistischen Philosophie formuliert. Die Überwindung des Cartesischen Dualismus steht im Zentrum der philosophischen Bemühungen des 17. Jh.; die Einheit der Welt ist das große Thema. Das 18. Jh. bringt die detaillierte Ausarbeitung der Dialektik im Rahmen der idealistischen Systeme der klassischen deutschen Philosophie. Die romantische Naturphilosophie ringt dann um das Verständnis der Entwick-

[30] Vgl. z. B. A. A. Andronov/A. A. Vitt/S. Ė. Chaykin, Teorije kolebanija. Moskva 1959 (2. Aufl.), S. 196 ff.
[31] Z. B. auch bei Prigogine (I. Prigogine/I. Stengers, Dialog mit der Natur, München/Zürich 1981, S. 29).

lung in der Natur. Philosophisch ist somit eine große Arbeit geleistet zur Aufnahme der ersten einzelwissenschaftlichen Evolutionstheorien. In der Naturwissenschaft geht es um die Klärung vor allem zweier Voraussetzungen. Einmal muß nachgewiesen werden, daß Entstehen und Vergehen, daß Veränderlichkeit von universeller Natur sind. Dies ist für den Kosmos im 18. Jh. keineswegs allgemein anerkannt. Vielmehr herrscht die statische Auffassung vom Weltgebäude vor. Zum anderen geht es um die Ausarbeitung genügend konkreter Vorstel-[202]lungen über die Mechanismen von Entstehen und Vergehen (Selbstorganisation). Dieses ist – seit der Antike – ein langwieriger Prozeß der Überwindung der Konzeption, daß die Natur es macht wie der Mensch in der Produktion oder der schöpferischen künstlerischen Tätigkeit, wenn sie Neues hervorbringt. Es muß die Position errungen werden, daß der Mensch in seiner produzierenden Tätigkeit natürliche Mechanismen ausnutzt, die auch in der Evolution wirksam sind. Die Überwindung anthropozentrischer Weltbetrachtung ist ein langer, qualvoller Prozeß der menschlichen Erkenntnis. Er vollzieht sich zunächst im Rahmen eines einheitlichen theoretischen Denkens, der philosophischen Spekulation, später dann auf philosophischer und einzelwissenschaftlicher Ebene und oft in intensiver Wechselwirkung zwischen beiden.

Ein Sichtwechsel ist auch auf naturwissenschaftlicher Ebene von entscheidender Bedeutung für das Verständnis von Selbstorganisationsprozessen. Im 18. und weit bis in das 19. Jh. hinein spielt in der Physik die Klärung der Bedingungen der Stabilität von Strukturen und Bewegungen eine hervorragende Rolle. So geht es um die Stabilität von rotierenden Flüssigkeitsfiguren oder die Stabilität der Planetenbewegungen gegenüber den durch die Gravitationsbewegungen anderer Planeten bedingten Störungen usf. In diesen Stabilitätsuntersuchungen wird vieles erarbeitet, was bei einer anderen Betrachtungsweise für die Erklärung von Selbstorganisation herangezogen werden kann. Hat man Stabilitätsbedingungen formuliert, so weiß man bereits sehr viel über das Instabilwerden eines Systems. Es ist die Kehrseite der Medaille. Verfolgt man das instabil gewordene System (die instabil gewordene Bewegung), stößt man dabei auf neue stabile stationäre Zustände, so hat man einen Selbstorganisationsprozeß betrachtet. Poincaré entwickelt die Grundlagen der Bifurkationstheorie anhand der Theorie der Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten. G. Darwin schafft mit dieser Theorie die ersten numerisch auswertbaren, mit den Beobachtungen vergleichbaren kosmogonischen Modelle. Daß mit diesen Ergebnissen bis zum Ende des 19. Jh. bereits wesentliche Aspekte von Selbstorganisationsprozessen in mathematischer Darstellung erfaßt worden sind, zeigt der Vergleich mit den grundlegenden Ideen der Selbstorganisationstheorien: Entstehen von Neuem oder Strukturbildung läßt [203] sich aus der Sicht der heutigen physikalischen Selbstorganisationsforschung wie folgt beschreiben. Ein *offenes System,* dem von außen ständig freie Energie (und Stoff) zugeführt wird, vollzieht den Übergang zu einem *stationären Nichtgleichgewichtszustand* mit *hohem Ordnungsgrad*, d. h. geringerer Symmetrie bzw. zu einem neuen *kooperativen Verhalten* der Elemente oder Untersysteme. Die *überkritische* Gleichgewichtsferne hat *nichtlinearen Charakter*. Im kritischen Punkt existiert eine Verzweigung (*Bifurkation*). Es können mehrere stationäre Nichtgleichgewichtszustände möglich sein. Eine neue Struktur kann nur ein *stabiler* stationärer Zustand darstellen; aus nichtstabilen Zuständen wird das System durch Fluktuationen sehr bald wieder herausgetrieben.

Selbstorganisation – Welt des Nichtgleichgewichts und „nichtlineare Kultur“

Die traditionelle Betrachtungsweise im Rahmen des mechanistischen Weltbildes ist Gleichgewichtsdenken. Stabilität wird an Gleichgewicht gebunden. Diese Sicht wirkt auch dort noch fort, wo bereits der Übergang zum Erfassen von Selbstorganisation vorliegt. In der Theorie der Gleichgewichtsfiguren z. B. äußert sich diese Art der Betrachtung noch in der traditionellen Bezeichnung: man spricht von „Gleichgewicht“. In Wirklichkeit sind die Figuren *stationär*. Stabilität ist eine zusätzliche Eigenschaft, mit, die nicht allen stationären Zuständen zukommt. Gerade dem Stabilitätsproblem widmet Ljapunov seine berühmte Arbeit, die Magisterdissertation von 1884 – in Abwandlung der ihm von Čebyščhev gestellten Aufgabe, neue „Gleichgewichtsfiguren“ zu finden.

Natürlich kennt die Physik schon lange die Frage der Stabilität von Gleichgewichtszuständen. Für die Selbstorganisationsforschung entscheidend ist der Übergang zur Analyse von Nichtgleichgewichtszuständen. Im Rahmen der Thermodynamik erfolgt der erste Schritt hierzu im Zusammenhang mit Boltzmanns Fluktuationskonzeption. Für Boltzmann ist unser Kosmos eine riesige Fluktuation, eine extreme Abweichung vom mittleren, dem Gleichgewichtszustand des Weltalls.[32] Indem F. Auerbach im Zusammenhang mit seinem Ektropismus-Konzept[33] und E. Schroedinger in „Was ist Leben?“ den Charakter derartiger Fluktuationen genauer [204] analysieren, arbeiten sie den entscheidenden Gesichtspunkt thermodynamischen Strukturbildungsverständnisses heraus: Für ein System, das zu einem höher organisierten Zustand übergeht, muß der Entropie-Export größer sein als die innere Entropieproduktion. Der grundlegende Beitrag, der durch die Theorie der Strukturbildung bei irreversiblen Prozessen hier hinzugefügt wird, besteht in der Erkenntnis, daß die überkritische Nichtgleichgewichtssituation nicht in erster Linie das Ergebnis einer zufälligen Schwankung des Systemzustandes ist, sondern daß äußere Bedingungen bestehen, die das System in Gleichgewichtsferne halten. Unter diesen Bedingungen kann der Übergang zur neuen Struktur bereits durch eine Mikrofluktuation ausgelöst werden.

Wir haben es hier mit einer neuen Sicht auf die Dialektik von Innerem und Äußerem zu tun. Die Existenz sehr spezifischer äußerer Bedingungen ist für Selbstorganisation ebenso fundamental wie die der entsprechenden inneren Bedingungen des Systems. Das Äußere ist wesentlich für den „inneren“ Selbstorganisationsprozeß des Systems.

Mit den Erkenntnissen über die Bedeutung der Offenheit und Bedingtheit sich selbstorganisierender Systeme durch Nichtgleichgewicht wird ein neues Licht auf alte materialistische Vorstellungen von der Selbstbewegung der Materie und der Wechselwirkung als Voraussetzung von Entwicklung geworfen. Viele Evolutionskonzepte versuchten, Entstehen und Veränderung zu erklären, indem sie einen undifferenzierten homogenen Anfangszustand voraussetzten. Bereits F. Engels hat sich mit Dührings Versuch auseinandergesetzt, jene „Brücke der Stetigkeit“ zu finden, die Entwicklung aus einem „sich selbst gleichen Zustand“ der Materie heraus erklärt.[34] Voraussetzung für Differenzierungen sind Differenzen; nur Unterschiede, Energiegefälle, Nichtgleichgewichte ermöglichen Selbstorganisation. Unterschiede werden nur durch Unterschiede hervorgebracht, erklärt Prigogine,[35] damit ein fundamentales Charakteristikum des evolutionären Weltbildes der Wissenschaften hervorhebend. Ordnung kann nur durch Ordnung erzeugt werden, erkannte bereits antikes philosophisches Denken. Um dem ewigen Fließen und Verfließen der Dinge bei Heraklit eine Ordnung entgegensetzen zu können, erfand Plato die Welt der Ideen, die das Gesetzmäßige in unserer veränderlichen [205] materiellen Welt ausmachen sollen. Aristoteles hob diese Auffassung von der Existenz zweier Welten auf, postulierte aber unsere Welt als zweigeteilt. Die ewige, unveränderliche Welt der kreisenden Himmelssphären soll Ordnung, Regelmäßigkeit in das Entstehen und Vergehen der sublunaren Welt hineinbringen. Auf philosophischer Ebene hat es die materialistische Dialektik, auf physikalischer die Selbstorganisationsforschung herausgearbeitet, daß (um mit Schrödinger zu sprechen) in der Natur eine Ordnung besteht, die sich selbst erhalten und zugleich Neues hervorzubringen vermag.

[32] Vgl. H.-J. Treder, Große Physiker und ihre Probleme, Berlin 1983.
[33] F. Auerbach, Ektropismus oder die physikalische Theorie des Lebens, Leipzig 1910.
[34] Marx/Engels. Werke, Bd. 20, S. 49-52.
[35] I. Prigogine/I. Stengers. Dialog mit der Natur, a. a. O., S. 119.

Eine weitere Grundidee der Selbstorganisationsforschung ist der Gedanke der Nichtlinearität. Dem Ideal des mechanistischen Determinismuskonzepts entsprach die Eindeutigkeit der Lösung mathematischer Gleichungen. In diesem Sinne mußte die Existenz mehrerer Lösungen nichtlinearer Differentialgleichungen wie ein Defekt empfunden werden. Nichtlinearität trat den Physikern zunächst vor allem in Gestalt himmelsmechanischer Probleme entgegen. In unserem Jahrhundert erlangt sie in der Technik, speziell der technischen Mechanik und vor allem in der Elektrotechnik und Elektronik grundsätzliche Bedeutung. Eine wesentliche Rolle spielt die Einführung der Elektronenröhre (Meißner-Oszillator). In der Theorie selbsterregter Schwingungen und Wellen („Autoschwingungen“ und „Autowellen“ nach Andronov) wird der grundlegende Charakter der Nichtlinearität der betreffenden Prozesse erkannt. Mandelstam spricht in den 30er Jahren von der Notwendigkeit einer neuen, der „nichtlinearen Kultur“.[36] N. Wiener, dessen Kybernetik zu den Quellen der Selbstorganisationsforschung gehört, vergleicht später das Verstehen der Nichtlinearität mit der copernicanischen Revolution.[37]

Viele, teilweise schon lange praktisch beherrschte Mechanismen und Prozesse, die bisher mechanistisch interpretiert wurden (z. B. die Uhr), erweisen sich nunmehr als eng mit der Strukturbildung verbundene nichtlineare Phänomene. Prozesse ganz anderer Bereiche (wie die der chemischen Oszillationen oder der Evolution von Populationen) offenbaren ihre Verwandtschaft mit diesen. In den 60er und 70er Jahren wird dieser Prozeß dadurch befördert, daß das Verständnis für die substanzielle Bedeutung der Nichtlinearität auch in anderen Gebieten der Physik (nach [206] der Allgemeinen Relativitätstheorie und der Hydrodynamik nun viele weitere Gebiete der Astrophysik, die Versuche zu den einheitlichen Feldtheorien, die nichtlineare Optik usw.) stark zunimmt.[38]

Mit der Betrachtung nichtlinearer Phänomene kommt auf ganz natürliche Weise eine Reihe von Aspekten dialektisch-deterministischer Realitätsbetrachtung sogar in Probleme der klassischen Physik hinein: die Dialektik von Notwendigkeit, Zufall und Möglichkeit (Mehrdeutigkeit der Lösungen oder Bifurkation), die Problematik von Bewegung und Ruhe (Stationarität, Instabilität und Stabilität) usw. So sehen wir am Beispiel von Nichtgleichgewicht, der Beziehung von Innerem und Äußerem und Nichtlinearität, wie die Ideen der Selbstorganisationsforschung wie kaum eine andere Entdeckung in den Naturwissenschaften Dialektik offenbaren und insbesondere die Lehre von der Selbstbewegung der Materie bestätigen und zu ihrer weiteren Ausarbeitung provozieren, Material und Impulse für die weitere Ausgestaltung der philosophischen Entwicklungstheorie liefern.[39] Eine Besonderheit dieser Situation besteht darin, daß viele dieser Aspekte sich bereits aus dem Kontext der mathematischen Theorie ergeben. [209]

---

[36] A. V. Gaponov-Grechov/M. I. Rabinovič (Hrsg.), Nelinejnye volny, Mockva 1983, S. 9.
[37] N. Wiener, Kybernetik; Reinbek bei Hamburg 1969, S. 9-11.
[38] Vgl. A. V. Gaponov-Grechov/M. I. Rabinovič, Nelinejnaja fizika, stochastičnost i struktury; in: Fizika XX. veka. Razvitie i perepektivy, Moskva 1984, S. 219-224.
[39] Vgl. z. B. G. I. Ruzavin, Sinergetika i princip samodviženija materii; in: Voprosy filosofii, 8/1984. F. Gehlhar, Theorien der Selbstorganisation und Evolution; in: Dialektik der Natur und der naturwissenschaftlichen Erkenntnis (im Druck).

Klaus Buttker
Rolle der Quantenmechanik bei der Mathematisierung der Chemie – ein historischer Exkurs

Die Chemie gehört heute zu den mathematisierten Wissenschaften. Die Anwendung mathematischer Methoden beeinflußt dabei sowohl die theoretische als auch die experimentelle chemische Forschung. So prägen neben den traditionellen chemischen Forschungsmethoden der „Analyse mittels Synthese“ und der Anwendung von induktiv aus der experimentellen Erfahrung abgeleiteten Regeln und Postulaten zur Erklärung und Voraussage von Struktur und Reaktionsverhalten chemischer Substrate in wachsendem Maße Modellexperimente und Verfahrenssimulation auf der Grundlage der Anwendung der Elektronischen Datenverarbeitung (EDV) und die mathematische Berechnung von Molekülparametern im Rahmen sogenannter halbempirischer und ab-initio-Methoden des Bild der Chemie.

1. Die Herausbildung der mathematischen Denkweise in der Chemie

Die Mathematisierung der Chemie vollzog sich in einem komplizierten und langwierigen Prozeß, der bis heute nicht abgeschlossen ist. Bekanntlich vertrat I. Kant den Standpunkt, daß „(so)-lange ... für die chemischen Wirkungen der Materie auf einander kein Begriff ausgefunden wird, der sich construieren läßt, d. i. kein Gesetz der Annäherung und Entfernung der Theile angeben läßt, ... so kann Chymie nichts mehr als systematische Kunst, oder Experimentallehre, niemals aber eigentlich Wissenschaft werden“[1]. Seiner Meinung nach – wie er in einer Nebenbemerkung hinzufügt – war dies eine Anforderung, die von der Chemie „schwerlich jemals erfüllt werden wird“[2]. Dessen ungeachtet fanden gerade ausgangs des 18. Jahrhunderts mit der Herausbildung der Stöchiometrie erste mathematische Rechenverfahren Eingang in die chemische Forschung. Weitere Fortschritte auf dem Wege der Verbindung der Chemie mit der Mathematik brachte die Entwicklung der physikalischen Chemie. Insbesondere die chemische Thermodynamik, die u. a. Fragen des Ablaufs chemischer Reaktionen auf makroskopischer Ebene einer mathematischen Un-[210]tersuchung zugänglich machte, schlug eine Bresche in das Kantsche Verdikt. Dennoch hatte die Anwendung der Mathematik bis in das erste Viertel unseres Jahrhunderts hinein nur geringen Einfluß auf den allgemeinen Erkenntnisfortschritt in der Chemie.

Dies änderte sich erst mit dem Vordringen der Physik in das Innere des Atoms und der Entwicklung der Quantentheorie. In enger Wechselbeziehung mit dem widerspruchsvollen Forschungsprozeß, der von M. Plancks Quantenhypothese über N. Bohrs Atomtheorie von 1913 bis zur Formulierung der Quantenmechanik durch W. Heisenberg bzw. E. Schrödinger führte[3], waren Physiker und Chemiker bemüht, die neuen Erkenntnisse für eine tiefere Einsicht in die Gesetze des Molekülbaus nutzbar zu machen.[4] Einen besonderen Platz in diesem Bemühen nimmt dabei die Elektronentheorie der Valenz von W. Kossel ein. Dieser gelangte bereits 1916 im Ergebnis seiner Überlegungen über den Aufbau der Moleküle aus Ionen bis zu quantitativen Aussagen über Molekularstrukturen. Jedoch blieb seine Theorie im Hinblick auf eine systematische Beschreibung des chemischen Erfahrungsmaterials den zur gleichen Zeit von

[1] I. Kant; Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft, Riga 1786, in: I. Kant: Werke, hrsg. von E. Cassirer, Band IV, Berlin 1922, S. 372 f.
[2] Ebenda.
[3] Vgl. U. Röseberg: Szenarium einer Revolution. Nichtrelativistische Quantenmechanik und philosophische Widerspruchsproblematik, Berlin 1984.
[4] Vgl. K. Buttker: Wege zur Quantenchemie. Widersprüche der Entwicklung – Entwicklung der Widersprüche, Berlin 1988.

G. N. Lewis und I. Langmuir entwickelten valenztheoretischen Vorstellungen, die auf eine mathematisch fundierte Erklärung der Molekülbildung verzichteten, unterlegen.

Mit der Herausbildung der Quantenchemie in den Jahren ab 1927 ergab sich für die Chemie eine neue Forschungssituation. Charakteristisch dafür ist eine – über die Quantentheorie vermittelte – neue Rolle der Mathematik in der Chemie. Die damit einsetzende zweite Entwicklungsphase im Prozeß der Mathematisierung der Chemie ist insbesondere durch den Übergang von einer Beschreibung chemischer Phänomene zu einer Erklärung der Struktur und des Reaktionsverhaltens von Molekülen auf mikrophysikalischer Grundlage und mittels mathematisierter Theorien geprägt. Zu Recht betrachtet C. A. Coulson daher rückschauend die Chemie nach 1925 als grundsätzlich verschieden von jener in den Jahren zuvor. Diesen Unterschied sieht er insbesondere darin, daß die Mathematik für den Chemiker bis dahin „im wesentlichen ein Werkzeug“ war, während sie nun „in der Chemie ... eine zentrale Stellung einnimmt und so zu ihr gehört, daß wir nicht erwarten dürfen, ohne sie die Chemie zu verstehen. Ja, sie [211] dürfte sogar zuweilen bestimmen, welches wichtige Experiment als nächstes zu tun ist.“[5]

2. Chemie und Quantenchemie

Mit der Herausbildung der Quantenchemie ergab sich die Frage nach dem Ziel quantentheoretischer Analysen chemischer Sachverhalte. F. London, einer der Pioniere dieser Entwicklung, sah es in erster Linie als wünschenswert an, „die begrifflichen Wesenheiten, welche in der Chemie auch in komplizierten Fällen als Führer durch die Mannigfaltigkeit der möglichen Verbindungen sich bewährt haben, auch in der quantenmechanischen Beschreibung vorzufinden und sie im Zusammenhang mit der Struktur der Atome zu sehen.“[6] Dabei wird man die Aufgabe der Quantenchemie – so präzisierte er wenig später – „nicht allein darin sehen, die chemische Valenzlehre zu rechtfertigen, vielmehr wird man von ihr erwarten, daß sie die *energetischen* und sonstigen *dynamischen Gründe* aufzeigt, weshalb in gewissen Fällen die Atome gerade nicht Gebrauch von dem einfachen Valenzschema machen und wo die *Grenzen* seiner Anwendbarkeit liegen ...; denn zweifellos wird man es als wichtigste Aufgabe der Quantenmechanik der chemischen Bindung ansehen, *aus der bekannten Struktur der Atome das Vorhandensein chemischer Verbindungen vorherzusagen und ihre Herstellungs- und Existenzbedingungen zu ermitteln*.“[7] Eine solche Verknüpfung der Quantentheorie mit der Chemie, die auch bei der mikrophysikalischen Analyse der Elementarprozesse bewußt die für den Chemiker wesentlichen Fragestellungen in den Vordergrund rückte, hat sich prinzipiell als fruchtbar erwiesen.

So führte die quantenchemische Forschung bereits in den Jahren bis 1933 zu verschiedenen Näherungsverfahren zur Berechnung von Molekülstrukturen und -eigenschaften. Anknüpfend an das von F. London und W. Heitler entwickelte Spinvalenz-Modell erarbeiteten J. C. Slater und L. Pauling die Grundlagen der Valenzbindungs-(VB-)Theorie. Zur gleichen Zeit schufen insbesondere F. Hund und R. S. Mulliken die Grundlagen der Molekülorbital-(MO-)Theorie. Diese beiden theoretischen Ansätze haben die Entwicklung der Quantenchemie in den vergangenen über 50 Jahren wesentlich geprägt. Das heute vorliegende Arsenal quantenchemischer Berechnungsmethoden umfaßt eine Vielzahl von Ansätzen [212] unterschiedlichen Näherungsgrades für die verschiedensten Anwendungsgebiete. Das Spektrum reicht dabei von den sogenannten ab-initio-Verfahren bis zur halbtheoretischen Abschätzung von Molekülparametern.

---

[5] C. A. Coulson: Die Mathematik in der Chemie, in: Nachrichten aus Chemie und Technik, 22 (1974), S. 95.
[6] F. London: Zur Quantentheorie der homöopolaren Valenzzahlen, in: Zeitschrift für Physik, 46 (1927/28), S. 455.
[7] F. London; Zur Quantenmechanik der homöopolaren Valenzchemie, in; Zeitschrift für Physik. 50 (1928), S. 26.

Das wesentliche der durch die Herausbildung der Quantenchemie bewirkten Veränderungen liegt in einer zunehmend enger werdenden Verflechtung von Theorie und Experiment im chemischen Forschungsprozeß. Durch die Quantenchemie erarbeitete Vorstellungen und Begriffe haben im Laufe der Zeit wachsenden Einfluß auf das Denken der Chemiker gewonnen und inspirieren die chemische Forschung auf allen Ebenen in steigendem Maße. Andererseits hat die Quantenchemie selbst zahlreiche Anregungen zur Weiterentwicklung aus den im Rahmen der traditionellen theoretisch-chemischen Forschungen gewonnenen Einsichten geschöpft.[8]

Von besonderer Fruchtbarkeit für die Entwicklung der Quantenchemie erwies sich – ungeachtet der z. T. kontroversen Auffassungen über ein solches Vorgehen – die Verknüpfung des quantentheoretischen Formalismus mit Erkenntnissen, die in traditioneller Weise durch empirische Verallgemeinerung des chemischen Erfahrungsmaterials erarbeitet worden waren, wie z. B. die Annahme einer sogenannten Richtungseigenschaft der Valenz und von Struktur-Reaktivitätsbeziehungen. Bereits 1930 entwickelte E. Hückel ein solches Konzept im Rahmen des MO-Formalismus. Besonderen Einfluß gewannen in den folgenden Jahren die von L. Pauling entwickelte Elektronegativitätsskala sowie sein VB-theoretisch fundiertes Resonanzkonzept.

Charakteristisch für die heutige Forschungssituation ist, daß sich die zunehmende Mathematisierung der Chemie auf dem Wege des weiteren Ausbaus der Quantenchemie im Rahmen eines vielfältig ausdifferenzierten Theoriensystems vollzieht, das von quantenchemischen ab-initio-Berechnungen bis hin zur Anwendung von traditionellen theoretisch-chemischen Forschungsresultaten in Form von Regeln und Postulaten reicht. Die weitere Mathematisierung der Chemie ist folglich eingebettet in die Entwicklung eines hierarchisch strukturierten Systems koexistierender, einander wechselseitig beeinflussender Theorien und Theorieansätze. [213]

3. Quantenmechanik und Theorie der chemischen Bindung

Nachdem die dualistische Theorie der chemischen Bindung von J. J. Berzelius aus dem Jahre 1812 angesichts neuer Erkenntnisse speziell auf organisch-chemischem Gebiet gescheitert war, dominierte bis in das 20. Jahrhundert hinein eine chemische Strukturtheorie, die auf eine explizite Erklärung des Wesens bzw. des Mechanismus der chemischen Bindung verzichtete. Erst mit den neuen Einsichten der Physik in den Atombau kam es zur Wiederbelebung dualistischer Auffassungen. Aber auch andere – z. B. magnetische – Wirkungen wurden als Ursache des Zusammenschlusses der Atome zu Molekülen postuliert. Insbesondere die sogenannte homöopolare Bindung blieb aber weitgehend unverstanden.[9]

Erst W. Heitler und F. London gelang 1927 mit ihrer berühmten Arbeit über das Wasserstoffmolekül ein Durchbruch. Ihre quantenmechanische Rechnung ergab eine Erniedrigung der Gesamtenergie des Systems bei der Molekülbildung gegenüber dem Zustand getrennter Kerne (Atome) infolge eines von ihnen als Austausch-Wechselwirkung bezeichneten Phänomens, wobei allerdings unverstanden blieb, was sich eigentlich austauscht. Unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips wurde so Molekülbildung vom energetischen Standpunkt her betrachtet möglich. Daran anknüpfend dominierte in den folgenden Jahrzehnten die Auffassung, die chemische Bindung wäre ein Ergebnis der Anhäufung negativer Ladung in der Region zwischen den Kernen – der sogenannten Bindungsregion –, wodurch es zu einer Erniedrigung der potentiellen Energie käme, weil das Elektron sich hier im Anziehungsbereich beider Kerne befände. Dieses sogenannte elektrostatische Bindungsmodell wurde durch weitere quantentheoretische Untersuchungen scheinbar bestätigt.

[8] Vgl. V. Haberditzl: 50 Jahre Theorie der chemischen Bindung, in; Zeitschrift für Chemie, 18 (1978), S. 358; L. Zülicke: Alte und neue Probleme der Quantenchemie, in: Mitteilungsblatt der Chemischen Gesellschaft der DDR, 25 (1978), S. 8.
[9] Vgl. H. N. Russell; The History of Valency, Leicester 1971.

Andererseits hatte jedoch H. Hellmann bereits 1933 ebenfalls aus quantentheoretischen Erkenntnissen und dem Pauli-Prinzip heraus eine grundsätzlich andere Auffassung der chemischen Bindung begründet, die die Ausbildung einer solchen Bindung im Gefolge der Erniedrigung der kinetischen Energie in der Bindungsregion postulierte. Erst 1962 gelangte K. Ruedenberg zu einer Klärung dieses Widerspruchs im Vergleich zu dem elektrostatischen Bindungsmodell und zu einer mathematisch exakten Begründung der Position von H. Hellmann. Von entscheidender Bedeutung [214] erwies sich dabei der methodische Schritt von einer statischen zu einer dynamischen Betrachtung des Bindungsprozesses. Damit wurde es zugleich möglich, das dialektisch-widersprüchliche Wechselspiel einander entgegenwirkender und miteinander verkoppelter Momente des Bindungsprozesses genauer zu verstehen und theoretisch abzubilden.

Wenngleich der Forschungsprozeß zur chemischen Bindung sicher noch viele neue Erkenntnisse bringen wird, so kann aus der hier skizzierten Entwicklung dennoch schon die Schlußfolgerung abgeleitet werden, daß die quantenmechanische Analyse zu einer außerordentlichen Vertiefung der Einsichten in das Wesen der chemischen Bindung geführt hat. Darüber hinaus demonstriert die Untersuchung von K. Ruedenberg die prinzipielle Möglichkeit, die für die Chemie typische Verknüpfung von Struktur und Prozeß auf der Mikroebene im Rahmen mathematisierter theoretischer Ansätze widerzuspiegeln.

4. Quantenchemie und Rechentechnik

Die stürmische Entwicklung der EDV in den zurückliegenden Jahren hat auch die Entwicklung der Quantenchemie nachhaltig beeinflußt. War für die Anfangsjahre der Quantenchemie noch die Feststellung zutreffend, es gehe bei den quantentheoretischen Untersuchungen zum Molekülbau darum, qualitative Schlußweisen in ein Gebiet hineinzutragen, wo eine exakte numerische Rechnung (noch) aussichtslos schien[10], so erweitern sich heute in rasantem Tempo die Möglichkeiten, mit vertretbarem Rechenaufwand und in akzeptabler Zeit verschiedene Parameter von Kern-Elektronensystemen von wachsender Größe zu berechnen. Mehr denn je gilt daher heute die von R. S. Mulliken bereits 1966 in seinem Nobel-Vortrag getroffene Feststellung, daß die „Ära der ‚Computer–Chemie‘, in der Hunderte oder Tausende von Chemikern nicht ins Laboratorium, sondern zur Rechenmaschine gehen werden, um sich über zunehmend vielseitige chemische Fragen Informationen zu verschaffen, bereits angebrochen (ist)“.[11] Jedoch darf dies nicht zu dem Schluß verleiten, daß sich die Chemie damit in wachsendem Maße auf eine „Übung in angewandter Mathematik“ reduzieren würde. Bei allen Fortschritten der Theorie und der außerordentlichen Bereicherung der chemischen Forschung nicht [215] zuletzt durch die verstärkte Nutzung mathematischer Methoden kann man sich in jedem anorganisch-chemisch oder organisch-chemisch arbeitenden Laboratorium leicht davon überzeugen, daß die „traditionelle“ Arbeitsweise des Chemikers der „Analyse mittels Synthese“ auch heute noch ihren festen Platz in der chemischen. Forschung hat. Deshalb ist C. A. Coulsen zuzustimmen, der sich gegen die Ansicht wendet, „daß wir auf dem Wege sind, das Experimentieren abzuschaffen und das Laboratorium durch ein Rechenzentrum zu ersetzen“, und betont, daß „der experimentierende Chemiker, der seine Chemie mit bewundernswürdiger Intuition erfaßt, nicht desavouiert werden (soll)“.[12]

Trotz vielfältiger Fortschritte in der quantenchemischen Forschung und den wachsenden Möglichkeiten, die die EDV für die mathematische Analyse von Vielelektronen- und Mehr-

---

[10] Vgl. F. London; Zur Quantentheorie der homöopolaren Valenzzahlen, a. a. O., S. 455.

[11] R. S. Mulliken: Spektroskopie, Molekül-Orbitale und chemische Bindung, in: Angewandte Chemie, 79 (1967), S. 554.

[12] C. A. Coulson: Die Mathematik in der Chemie, a. a. O., S. 95, 97.

zentrensystemen bietet, ist es bis heute weder im Rahmen der halbempirischen Rechenmethoden noch durch ab-initio-Berechnungen gelungen, theoretische Ansätze von genügender Allgemeinheit zur Beschreibung der großen Vielfalt des durch die experimentelle chemische Forschung bereitgestellten Erfahrungsmaterials zu entwickeln und zu sicheren Voraussagen für noch unbekannte Sachverhalte zu kommen. Hinzu kommt, daß sich chemische Forschung sowohl im Hinblick auf großtechnische Synthesen als auch bei der Erforschung komplexerer chemischer Strukturen keinesfalls auf die Beschreibung des Verhaltens von isolierten Molekülen beschränken kann. Gerade angesichts der Erfolge und Grenzen des bisherigen Vorgehens ist mit neuer Schärfe die Frage aufgeworfen worden, inwieweit sich theoretische Chemie auf Quantenmechanik reduzieren läßt.[13]

Im Ergebnis der Auseinandersetzung um das der Chemie adäquate theoretische Forschungsprogramm hat auch der Mathematisierungsprozeß in der theoretischen Chemie neue Impulse erhalten. So ist in den letzten Jahren eine neue Richtung theoretisch-chemischer Forschung hervorgetreten, die sich die Aufgabe stellt, Erkenntnisse aus Topologie und Graphentheorie direkt, d. h. ohne einen „Umweg“ über die Physik, für theoretisch-chemische Strukturuntersuchungen fruchtbar zu machen.[14] Noch ist offen, welche theoretischen Potenzen in diesen Ansätzen stecken. Auch diese theoretischen Bemühungen mahnen jedoch zur Vorsicht, den [216] Durchbruch zu einer höheren Qualität in der Entwicklung der chemischen Theorie allein von der Erweiterung der rechentechnischen Möglichkeiten zu erhoffen. [217]

[13] Vgl. H. Primas: Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism. Perspektives in Theoretical Chemistry, Berlin/Heidelberg/New York 1981.
[14] Arbeiten dazu finden sich insbesondere in der von Vertretern dieser Auffassung begründeten Zeitschrift „match“ (abgeleitet aus: mathematical chemiestry).

John Erpenbeck
Mathematisierung in der Psychologie

Große Bereiche der modernen Psychologie bedienen sich mathemaischer Begriffsbildungen, Verfahren und Modelle. Die fortschreitende Mathematisierung der Psychologie ist eine Tatsache, die unübersehbar geworden ist, auch wenn sich Teilbereiche, etwa im persönlichkeitstheoretischen oder im klinischen Bereich dieser noch weitgehend zu entziehen scheinen.

Voraussetzung der Mathematisierung in der Psychologie ist die Existenz von Gesetzen des Psychischen und damit die Möglichkeit, Psychologie als „nomothetische" Wissenschaft zu betreiben. So erklärt H. Hiebsch: „Für uns als dialektisch-materialistische Psychologen, d. h. von unseren philosophischen Ausgangspunkten her (ist) die Frage längst im Sinne einer, wenn der Ausdruck benutzt werden kann, ‚nomothetischen' Psychologie entschieden. Offen bleibt ... wie weit der Geltungsbereich einer in der psychologischen Forschung gefundenen Invarianzbeziehung jeweils sei, d. h. welcher Allgemeinheitsgrad einer Gesetzesaussage zugeschrieben werden könne."[1] Dieser Auffassung stimmen wir voll und ganz zu. Es gibt jedoch auch andere Ansätze. So schreibt ein Psychologe aus der BRD: „In diesem Sinn entspricht dann der Übergang von der Logik zur Dialektik einem Übergang von einem punktuellen, analytisch-synthetischen Begreifen der Wirklichkeit in der Form eines festen Gerüsts fixierbarer und unterscheidbarer Begriffe und Beziehungen zu einem Begreifen der Wirklichkeit in Form prozessierender, widersprüchlicher sich selbst entwickelnder Totalitäten." Ohne dies im einzelnen zu diskutieren, läßt sich doch feststellen, daß – träfe die Behauptung zu – eine Mathematisierung, eine gesetzeswissenschaftliche Erfassung des Psychischen, zumindest in seinen Bewegungs- und Entwicklungsaspekten, dann nicht möglich wäre. Genau zu diesem Schluß kommt auch der Autor, damit allerdings weniger die Mathematisierung in der Psychologie als seine Behauptung in Frage stellend.[2] Noch zugespitzter argumentiert K. Holzkamp, wenn er versucht, eine „Subjektwissenschaft" als Individualwissenschaft zu etablieren, die von anderen Einzel-[218]wissenschaften als prinzipiell verschieden erscheint und damit letztlich die Objektivität menschlich-gesellschaftlicher Gesetze überhaupt in Frage stellt. Das ist methodologisch ebenfalls begleitet von einem Verdikt sämtlicher objektiv messender Psychologie, die grundsätzlich als bürgerlich zu verwerfen sei. Vielfach wird vom Autor gegen die experimentell-statistische Methodik, gegen die Untersuchung der „Kovariation" abhängiger und unabhängiger Variabler polemisiert. Stattdessen übernimmt er die Dinglersche Unterscheidung von Autopsychologie („Psychologie von mir") und Allopsychologie („Psychologie von den anderen") und behauptet, marxistische „Subjektwissenschaft" könne sich nur auf den Standpunkt des – auf das konkrete Individuum reduzierten –Subjekts begeben, müsse sich also auf eine autopsychologische Position stellen. Damit reproduziert er seine frühere, an Windelband anknüpfende Unterteilung von nomothetischem und ideografischem Vorgehen, wobei ersteres, in diametralem Gegensatz zu Hiebsch, abgelehnt und jedes „kontrollwissenschaftliche" Vorgehen, im Gegensatz zum „subjektwissenschaftlichen" zurückgewiesen wird. Abgesehen von sehr fraglichen philosophisch-weltanschaulichen Konsequenzen dieses Herangehens (etwa: die variablenpsychologische Forschung entspreche der Klassenstruktur bürgerlicher Gesellschaft) wird damit die Mathematisierung der Psychologie als sinnloses Unterfangen verunglimpft. An ihre Stelle wird „Teilhabe an den Lebensbedingungen" und die Nachprüfung psychologischer Kategorien durch Analyse der eigenen Befindlichkeit bzw. Handlungsfähigkeit im Sinne „metasubjektiver Verallgemeinerbarkeit" ge-

---

[1] H. Hiebsch, Einige Anmerkungen zum Problem des Verhältnisses zwischen dem Biologischen und dem Sozialen, in: Aufgaben. Perspektiven und methodologische Grundlagen der marxistischen Psychologie in der DDR, Berlin 1973, S. 35.

[2] E. Leiser, Methodische Grundlagen der kritischen Psychologie I, Frankfurt, New York 1978. S. 145 und 169.

fordert. Alle mathematisierte – nichtmarxistische und marxistische – Psychologie wäre danach gegenüber der kritischen Psychologie eine Epoche zurück, jene die „eigentlich“ marxistische Psychologie.[3] Ohne in die entgegengesetzte Pauschalverurteilung zu verfallen, wollen wir dem entgegensetzen, daß u. E. jede wirkliche marxistische Psychologie von den Mitteln der Mathematik soviel als sinnvoll möglich Gebrauch machen kann und muß.

Tatsächlich wird nahezu der gesamte *Apparat* möglicher *mathematischer Methoden*, insbesondere der Statistik, der Kybernetik, der Systemtheorie, der Spieltheorie, der Theorie rekursiver Funktionen, der Topologie, der Mengenlehre usw. in verschiede-[219]nen Disziplinen der gegenwärtigen Psychologie verwendet. Bezogen auf die *Anwendung* in der Psychologie können die mathematischen Methoden in vier Gruppen eingeordnet werden: „Zur ersten gehören die statistischen Verfahren, mit denen experimentelle Daten beschrieben, Parameter statistischer Modelle geschätzt und statistische Hypothesen geprüft werden können. Obwohl einzelne statistische Modelle und Verfahren der Versuchsplanung speziell für psychologische Anwendungen entwickelt wurden, wird die (psychologische) Statistik nicht zu den Teilgebieten der mathematischen Psychologie gezählt. Im Gebiet der Messung psychischer Eigenschaften finden wir als zweite Gruppe viele psychometrische Verfahren, die auf Modellen der Testtheorie oder der Faktorenanalyse beruhen. Bei ihnen steht nicht die Modellierung des Prozesses im Vordergrund, in dem eine Antwort für eine Testanforderung entsteht. Es sind statistische Modelle, die das Resultat eines solchen Prozesses, zum Beispiel die Leistung in einem Intelligenztest, beschreiben. Diese statistischen Modelle sind im Rahmen der mathematischen Psychologie entstanden, haben sich jedoch zu einem eigenständigen Gebiet der Psychologie entwickelt und eine gewisse Autonomie erhalten. Sie werden nicht als Teilgebiet der mathematischen Psychologie angesehen. Daneben wurden jedoch Skalierungsmodelle entwickelt, die stärker prozeßorientiert sind und die Messung psychischer Eigenschaften ermöglichen. Sie werden auf Grund ihrer Gemeinsamkeiten mit anderen Skalierungsmodellen zum Teilgebiet der Skalierung innerhalb der mathematischen Psychologie gezählt.

Die dritte Gruppe umfaßt alle Methoden, die der Beschreibung quantitativer Zusammenhänge dienen. An die verschiedenen Formen psychophysischer Gesetze, Lernkurven oder Verteilungsgesetze für Reaktionszeiten in verschiedenen kognitiven Anforderungen kann da bei gedacht werden.

In der vierten Gruppe können alle mathematischen Modelle für psychische Eigenschaften und Prozesse zusammengefaßt werden. Hierzu gehören alle Modelle für Klassen psychischer Prozesse aus dem Bereich der Wahrnehmung, für Lernprozesse, Entscheidungsprozesse, Begriffsbildungs- und Problemlösungsprozesse, Prozesse des Sprechverstehens und der Sprachproduktion und für Gedächtnisleistungen. Psychische Eigenschaften werden dabei im-[220]mer erfaßt, wenn durch die Modelle auch interindividuelle Unterschiede beschrieben und erklärt werden. Eine Teilgruppe von Modellen hat in dieser Gruppe eine gewisse Eigenständigkeit erlangt: Die Simulation kognitiver Prozesse auf Rechenautomaten mit Hilfe problemorientierter Programmiersprachen. Zur mathematischen Psychologie gehören die Methoden der dritten und vierten Gruppe und die Verfahren und Modelle der Skalierung. In diesem Sinne ist der Gegenstand der mathematischen Psychologie die Messung und Modellierung psychischer Eigenschaften und Prozesse.“[4]

Die *Methoden* selbst kann man in folgender Weise, unabhängig von den Anwendungen in verschiedenen Teildisziplinen der Psychologie, gruppieren:

„– Methoden der Skalierung,

---

[3] Dies ist eine Kompilation nach K. Holzkamp, Grundlegung der Psychologie. Frankfurt/M., New York 1985.
[4] H. Sydow. P. Petzold, Mathematische Psychologie. Berlin 1981, S. 13 f.

– Methoden der Modellkonstruktion,

– deduktive Methoden im Rahmen von Modellen,

– Methoden zum Vergleich und zur Prüfung von Modellen,

– Simulationsmethoden.“[5]

Wir stimmen auch mit der Ansicht überein, daß „der Grad der Mathematisierung eines Gebietes der Psychologie als ein Kriterium des Entwicklungsstandes der psychologischen Forschung anzusehen“[6] sei. Dabei müssen jedoch Probleme der Begriffsbildung und der Bestimmung von Dimensionen in der Psychologie einbezogen sein; es gibt keine Modellierung und Mathematisierung „an sich“. Außerdem sind Modellierung und Mathematisierung umso schwieriger, je komplexer das zu untersuchende Objekt ist. Aber gerade das komplexe psychische Objekt, das konkrete, aktiv denkende, fühlende und handelnde menschliche Individuum, die menschliche Persönlichkeit ist der Hauptgegenstand der Psychologie. Deshalb sind die Mathematisierungsgrade unterschiedlicher Disziplinen der Psychologie nur schwer miteinander zu vergleichen.

Aus unserer Sicht ergeben sich verschiedene *philosophisch* relevante Probleme aus der Mathematisierung der Psychologie, die wir aber hier unterschiedlich umfangreich behandeln wollen.

Erstens wollen wir uns der Frage nach den Dimensionen in der Psychologie zuwenden.[7] Jedes qualitative und erst recht jedes quantitative Modell eines psychischen Vorgangs muß festlegen, wovon es eigentlich handelt, was die „Objekte“ und ihre „Ei-[221]genschaften“ sein sollen, die mit Gesetzesaussagen belegt werden. Deshalb muß zum Dimensionsbegriff in der Psychologie, der bei Konstruktbildung, Eigenschaftsvergleich und Hypothesenbildung eine zentrale Rolle spielt, etwas gesagt werden.

Generell ist zwischen zwei Denkmöglichkeiten zu unterscheiden: „Man kann meinen, daß es die zu erfassenden Dimensionen gibt, daß sie in irgendeiner Weise eine Stellung im Rahmen eines hypothetisch angenommenen Bedingungsgefüges haben. Diesem, die Dimensionen als Abbildung von verursachenden Größen betrachtenden Ansatz steht die Überlegung bloßer Deskription der Daten durch die latenten Dimensionen gegenüber. Man stellt die Frage, ob sich die Meßwerte so darstellen lassen, *als ob* solche Dimensionen vorhanden *wären*. Die zweite Auffassung vermeidet einige Probleme, so kann in diesem Sinne etwa stets ein Test als eindimensional aufgefaßt werden (da eine Linearkombination der Itemantworten stets zu einem Meßwert pro Person führt, dieser Meßwert repräsentiert dann die gesuchte Dimension); faktorenanalytische Methoden sind für jeden beliebigen Datensatz, der nur die rechentechnischen Voraussetzungen erfüllt, anwendbar, und Gleiches gilt für das Verfahren der multidimensionalen Skalierung.

Selbstverständlich kann man immer Maßzahlen addieren, oder die Eigenwerte und Eigenvektoren von reellen symmetrischen Matrizen berechnen – allerdings stellt sich die Frage, was man mit so erhaltenen ‚Dimensionen‘ anfangen kann. Geht man jedoch von der irgendwie gearteten ‚Existenz‘ von Dimensionen aus, muß man prüfen, ob diese Vorfahren überhaupt eine Identifikation ‚vorhandener‘ Dimensionen erlauben.“[8]

---

[5] Ebenda. S. 14. Eine sehr gründliche allgemeine Zusammenfassung zur Mathematisierung der Psychologie und zur mathematischen Psychologie gibt auch: V. Ju. Krylov (Hrsg.), Matematičesksja psichologija: metodologija, teorija. model’, Moskau 1985; darin, ebenso wie bei H. Sydow, P. Petzold, auch eine umfangreiche Bibliografie zum Thema. Auf historische Aspekte gehen wir hier nicht ein: vgl. dazu: R. Heilige. Einige philosophische Aspekte der Mathematisierung der Psychologie im 19. Jahrhundert. (Diss. A). Berlin 1983.

[6] Ebenda, S. 14.

[7] H. Wottawa. Grundlagen und Probleme von Dimensionen in der Psychologie, Meisenheim a. G. 1979.

[8] Ebenda, S. 5.

Die damit gesetzte Grundfrage, mit der Grundfrage der Philosophie direkt verbunden, lautet: Wieweit beschreiben von psychologischen Ansätzen ausgehende Dimensionsbegriffe Eigenschaften und Relationen des objektiven psychischen Geschehens? Anders als in der Physik wurden die über zugrundeliegende Theorien eingeführten Dimensionen nie kurzschlüssig als unmittelbar, mit der Realität zu identifizierende Eigenschaften angesehen. Dies führte aber andererseits zu starken Zweifeln, ob die Dimensionen überhaupt Reales messen oder eher als konventionalistische Konstrukte zu verstehen sind. Man kann nun zeigen, daß [222] ausgehend von *Konstrukten als Grundlagen* – beginnend bei der klassischen Testtheorie über die Faktorenanalyse bis zur multidimensionalen Skalierung und schließlich zu multivarianten statistischen Verfahren – die Frage, ob es die Dimensionen gibt, immer mehr dem Verständnis als bloßer Deskription der Daten durch latente Dimensionen (Darstellung der Meßwerte, als ob solche Dimensionen vorhanden wären) weicht. Der *Grundansatz des Vergleichs*, der auf die Konstruktion optimaler Meßinstrumente im Sinne der Meßmodelle gerichtet ist, löst das anschauliche Verständnis der Dimension weiter auf, obwohl auch hier Skaleneigenschaften nicht ohne Bezug auf den inhaltlich-theoretischen Kontext gesehen werden können. Während die beiden genannten Grundansätze überwiegend induktiv gewonnen wurden, wird bei den *formalisierten Hypothesen* zunächst deduktiv ein formalisierter Apparat aufgebaut und nach Operationalisierungen der in theoretischen Ausdrücken dargestellten Größen gesucht. Diese Ansätze sind in der Regel völlig unanschaulich und nur schwer – etwa im Gegensatz zur Physik – mit empirischen Dimensionen zu korrelieren. Andererseits ist der Folgerung zuzustimmen: Wenn überhaupt jemals eine Messung latenter psychologischer Dimensionen ‚wie in den Naturwissenschaften‘ möglich sein sollte, dann wohl am ehesten auf diesem Wege. Die immer genauere Erfassung der objektiven psychischen Realität führt also, ähnlich wie in der Physik, über den Weg immer unanschaulicherer, mathematisierterer Theorien. Dabei erhält der Begriff der ‚Dimension‘ einen immer abstrakteren Charakter.[9]

Zweitens ist damit die Modellbildung in der Psychologie selbst angesprochen. Man könnte eine eigene Abhandlung über die Methodik psychologischer Modellbildung ausarbeiten. Das wollen wir hier nicht tun. Sofern es um die Dimensionierung der Modelle geht, wollen wir die Probleme unter vorgenanntem Punkt sehen, Sofern es um die Modelle selbst geht, sei auf allgemeine Arbeiten zur Modellbildung verwiesen.[10] Sofern es speziell um psychologische Modelle geht, schließen wir uns einem kommunikationstheoretischen Grundsatz (KTGA) an, wie er von L. Sprung und H. Sprung ausgearbeitet wurde. Dieser „kennzeichnet das allgemeine und psychologiebezogen spezifizierte Subjekt-Objekt-Verhältnis im theoriengeleiteten und methodisch stan-[223]dardisierten (d. h. versuchsbedingungsvariierten und randbedingungskontrollierten) psychologischen Forschungs- und/oder Diagnoseprozeß.“ Auf den KTGA lassen sich u. E. alle spezifizierten psychologischen Modelle projizieren; Kern des KTGA ist, „das wechselseitige, durch einen Kommunikationsprozeß essentiell bestimmte, aktive, informationsaustauschende, informationsverarbeitende, informationserzeugende und informationsspeichernde Subjekt-Objekt-Wechselwirkungsverhältnis zu charakterisieren, das sowohl den Forschungsgegenstand als auch die Forschungsmethodologie der Psychologie trifft.“[11] Dieser Grundansatz erlaubt damit nicht nur, die Modellierung als Grundlage der Mathematisierung psychischer Prozesse tiefgründig zu verstehen, sondern auch, das Eingeschlossensein des Subjekts – sowohl des zu modellierenden wie des modellierenden – zu begreifen und darzustellen, also einer „nomothetischen“ Beschreibung zugänglich zu machen,

---

[9] Ebenda, besonders S. 87.

[10] Vgl. V. A. Stoff, Modellierung und Philosophie, Berlin 1969; H. Hörz, Modelle in der wissenschaftlichen Erkenntnis. in: Sitzungsberichte der AdW der DDR, 11 G. Berlin 1978; N. Hager. Modelle in der Physik, Berlin 1982.

[11] L. Sprung, H. Sprung. Grundlagen der Methodologie und Methodik der Psychologie, Berlin 1984, S. 96 und 98.

ohne zur Idee von der Psychologie als besonderer „Subjektwissenschaft“ Zuflucht zu nehmen.

Drittens ist damit ein Problem angerührt, das in der Tat wichtigen philosophischen Zündstoff trägt. Es geht um die Einbeziehung von historisch-gesellschaftlichen Subjekten in eine gesetzeswissenschaftliche Theorie. Der erwähnte KTGA zeigt, daß dies grundsätzlich möglich ist. Die bereits erwähnten Angriffe auf „nomothetisches“ Vorgehen in der Psychologie führen nicht nur in ein methodologisches, sondern auch in ein weltanschauliches Aus. Sie erlauben letztlich keine Erfassung wirklicher Subjekt-Objekt-Dialektik, verwechseln die *Schwierigkeiten*, vor denen jede historisch-gesellschaftliche Subjekte (auch: Gruppen, Schichten, Klassen, Nationen, Völker usw.) behandelnde Gesellschaftswissenschaft steht, mit *Erkenntnisschranken*, die angeblich eine neue Art von Wissenschaft erforderlich machen. Was dabei als Resultat herauskommt, ist eine Form von Deskription, die sich einer umfassenden Mathematisierung prinzipiell entzieht, Mathematik allenfalls für einige „Hilfsfunktionen“ als nützlich erachtet.[12]

Viertens ist festzustellen, daß die moderne, mathematisierte Psychologie insbesondere System und Methodik der *Kybernetik* mit großem Erfolg hat benutzen können. Aufgrund der Bedeutung kybernetischer Modellierungen für die Mathematisierung der Psy-[224]chologie wollen wir uns deshalb diesem Thema ausführlicher zuwenden. Heute hat sich einerseits als Teilgebiet der Psychophysik kognitiver Prozesse, andererseits darüber hinausreichend eine Disziplin etabliert und zu einem weitverzweigten Gebilde entwickelt, das man als „kybernetische Psychologie“ nur sehr unscharf fassen kann. Sein Gegenstandsbereich ist noch lange nicht abgesteckt, selbst das Ordnen und Klassifizieren seiner Leistungen bereitet erhebliche Mühe, da man es sowohl nach traditionellen Gebieten der Psychologie (etwa Wahrnehmungspsychologie, Lernpsychologie, Entwicklungspsychologie usw.) als auch nach den System- oder Methodenaspekten der Kybernetik vornehmen kann. Deshalb sollen hier, ohne Vollständigkeitsanspruch, einige erfolgreich bearbeitete Problemkreise zusammengestellt werden, die als Ausgangsbasis weiterer Überlegungen dienen. Unter „Erfolg“ seien dabei diejenige Beschreibung und Modellierung von Sachverhalten verstanden, die die Ableitung bekannter bzw. die Vorhersage neuer Sachverhalte und deren praktische Ausnutzung gestatten. Solche Problemkreise sind etwa:

a) Die Beschreibung neuronaler Elementarprozesse, die Aufklärung der Funktionsmechanismen von Nervennetzen, die Aufstellung von Gehirnmodellen, die Analyse der Reglungssysteme des Organismus (technische Realisierung neuronenanaloger Bauelemente, Modellierung nervennetzähnlicher Computerschaltungen, medizinische Verwendung neuer neurologischer Erkenntnisse, dynamische medikamentöse Beeinflussung organischer Reglungsvorgänge usw.).[13]

b) Die Beschreibung und Modellierung einfacher Wahrnehmungsprozesse, die Beschreibung elementarer und komplizierter Zeichenerkennungs-, Klassifizierungs- und Begriffsbildungsprozesse (technische Entwicklungen konkreter Systeme zur Zeichenerkennung und für Klassifizierungsaufgaben, Aufklärung des Regulationsprinzips zur Korrektur von Lageabweichungen bzw. des Wirkungsgefüges von Stell- und Lageraktionen).

c) Die Beschreibung und Modellierung organismischer Lernprozesse, adaptiver Prozesse und des Verhältnisses von Wahrnehmen und Lernen (Aufstellung von Lernmatrizen, Konstruktion lernender Automaten, Optimierung von Lernprozes.er des Menschen).[14] [225]

d) Die Beschreibung von produktivem Denken und von Problemlösungsprozessen, die Charakterisierung heuristischer Strategien in Problemlösungsprozessen (Schaffung von Syn-

[12] Vgl. nochmals E. Leiser, Methodische Grundlagen der kritischen Psychologie, a. a. O.
[13] Vgl. N. Brajnes/s. Svecinskij, Probleme der Neurokybernetik und Neurobionik, Stuttgart 1970 (mit ausführlichen Literaturangaben zu diesen Problemen).
[14] Vgl. auch L. N. Landa, Algorithmierung im Unterricht. Berlin 1969.

taxanalysealgorithmen für Programmiersprachen, Simulation heuristischer Entscheidungen und Gewinnung heuristischer Regeln für technische Optimierungsprobleme).[15]

e) Die Beschreibung noch komplexerer psychischer Phänomene, so z. B. ästhetischer Wahrnehmung[16] oder der Ausbildung und Entwicklung von Schizophrenien und Depressionen[17] (computerentworfene Dessins für industrielle Formgestaltungsprobleme; Prognose und Beeinflussung des Verlaufs von Schizophrenien und Depressionen).

Eine solche Aufzählung muß stets fragmentarisch bleiben, zumal zwischen den angeführten Problemkreisen selbst vielfältige Beziehungen vorhanden sind. So gehören selbstverständlich Lern- und Problemprozesse eng zusammen, und ohne diese wiederum ist eine erfolgreiche Beschreibung ästhetischer Wahrnehmung oder psychiatrischer Probleme kaum möglich. Dennoch lassen sich einige Tendenzen feststellen.

1. Zunächst ist zu bemerken, daß eine ganze Anzahl von traditionellen Fragestellungen der Psychologie mit Hilfe kybernetischer Methoden besser, exakter und oft erstmals quantifizierbar beantwortet wurde, daß vieles, was inForm empirischer Erfahrungen oder Regeln bekennt war, nun in Gesetzesaussagen gefaßt werden konnte. Diese wiederum erlaubten eine adäquatere Widerspiegelung realer psychischer Prozesse, die Erkenntnis von Zusammenhängen und die Prognostizierung psychischer Prozesse, insbesondere auch von Entwicklungsprozessen. Schließlich gestatteten sie die technische Modellierung psychischer Vorgänge und befruchteten damit in starkem Maße die Computerentwicklung; sie gaben Impulse für die Entwicklung der Medizin, Biologie und anderer Wissenschaftsgebiete.

2. Weiter ist festzustellen, daß viele traditionelle Gebiete der Psychologie bisher noch kaum mit kybernetischen Methoden untersucht wurden; dazu gehören beispielsweise die Entwicklungspsychologie oder die Persönlichkeitspsychologie. Daß sich psychoanalytische Vorstellungen noch weitgehend der kyberneti-[226]schen Betrachtungsweise entziehen, mußte sogar N. Wiener mit Bedauern feststellen, obgleich er ihr eine stark stimulierende Wirkung auf Psychopathologie und Psychiatrie zusprach.[18] Auf dem Gebiet der Persönlichkeitspsychologie scheinen durch L. Sèves Ansatz einer Zeitfondsanalyse erstmals auch kybernetische Methoden anwendbar zu sein,[19] allerdings würde sich der Autor selbst vermutlich gegen einen solchen Versuch aussprechen. *Prinzipiell* ist jedoch kein Gebiet der Psychologie kybernetischen Methoden unzugänglich.

3. Ohne die unkritischen Hoffnungen, die manchen Systemtheorien, darunter auch der Kybernetik, entgegengebracht wurden, zu teilen, müssen Antworten gesucht werden, warum sich gerade kybernetische Methoden in der Psychologie so schnell durchgesetzt haben. Mit *jedem* neuen Denkansatz wird zunächst experimentiert, es wird oft sogar nur herumprobiert, ob er für andere Wissenschaftsgebiete zu verwenden sei. Viele solcher Versuche erweisen sich als nutzlos. Manche dieser Versuche erweisen sich hingegen als überaus wirksam. Solche Übertragungen lassen sich wissenschaftlich, wissenschaftstheoretisch untersuchen. Es läßt sich aber auch, von präzisierten philosophischen Aussagen, die aus einzelwissenschaftlichen Erkenntnissen gewonnen sind, ausgehend, die Übertragbarkeit von Denkweisen einer Wissenschaft in die andere philosophisch untersuchen. Philosophische Hypothesen, die eine solche Übertragbarkeit behaupten (und damit philosophische Kriterien zu formulieren su-

[15] F. Klix, Information und Verhalten, Berlin 1971.
[16] Vgl. A. Moles, Informationstheorie und ästhetische Wahrnehmung, Köln 1971; S. Moser, Numerische Ästhetik. Stuttgart 1970.
[17] Vgl. H. Feer, Kybernetik in der Psychiatrie, Basel/München-New York 1970.
[18] N. Wiener. Kybernetik, 2., rev. Aufl., a. a. O.. S. 207 ff.
[19] L. Sève, Marxismus und Theorie der Persönlichkeit. Berlin 1973.

chen), sind *spezifisch philosophische Erkenntnismittel*,[20] und um diese soll es jetzt gehen. Anhand der Übertragung von Denkweisen der Kybernetik auf die Psychologie soll versucht werden, einige Kriterien für den Erfolg dieses Vorgehens zu skizzieren.

a) Die Physik als Modellfall einer Wissenschaft, in der die Mathematisierung schon außerordentlich weit getrieben wurde, zeigt, daß relativ einheitliche Theorien dort entstanden sind, wo Objekte eines materiellen Strukturniveaus und ihre Wechselwirkungen behandelt werden (etwa klassische Mechanik, Elektrodynamik, klassische Thermodynamik, Elastizitätstheorie usw.). Schon die Beziehungen eines qualitativ höheren Strukturniveaus zu einem niedrigen (etwa des Wärmeausgleichs zur Bewegung der Moleküle) bedarf großer theoretischer An-[227]strengungen (statistische Thermodynamik) und beinhaltet viele prinzipielle Schwierigkeiten bis hin zu philosophischen. Zusammenhänge mehrerer objektiv unterschiedlicher Strukturniveaus sind noch schwerer erfaßbar. Genau das ist aber der Normalfall in der Psychologie! Hier erlauben nun Theorien, die von allgemeinen systemtheoretischen Ansätzen ausgehen und gewissermaßen im nachhinein die Strukturen, Regelkreise, Elemente usw. mit vorher begrifflich gefaßten Gegenständen des betrachteten Bereichs der objektiven Realität korrelieren, eine adäquatere Widerspiegelung dieses Bereichs. Eine wichtige Rolle spielen dabei Koeffizienten, Bewertungsmaßstäbe usw., die zur „Unterbringung“ von individuellen Eigenarten oder solchen aus weiteren ‘Strukturniveaus dienen.

Man kann demnach feststellen, daß die objektive Dialektik von System und Element und die objektiv-dialektische Beziehung verschiedener materieller Strukturniveaus durch systemtheoretische, insbesondere kybernetische Beschreibungen adäquater erfaßt wird, als es mit vielen überwiegend verbalen Versuchen der traditionellen Psychologie möglich war.

b) Ein zentraler Begriff der Kybernetik ist *Information*; auf die vielen philosophischen Probleme, die sich aus seiner Verwendung in der Kybernetik ergeben, insbesondere im Zusammenhang mit Ashbys sehr allgemeinen Begriffsbildungen, wird ausführlich von A. D. Ursul eingegangen.[21] Hier sei nur auf die Tatsache hingewiesen, daß dieser Terminus schon lange vor der Erfindung der Kybernetik existiert, und dazu diente, die reale Nachricht, Wichtiges und Unwichtiges gleichermaßen zu bezeichnen. Durch die Informationstheorie, die ihn zunächst auf die allgemeinen Begriffe der Wahrscheinlichkeit oder der Vielfalt abstrahierte, wurde dann schrittweise versucht, den Begriff der „menschlichen Information“ zu präzisieren; der wohl bekannteste Versuch dazu ist die Einführung der „subjektiven Wahrscheinlichkeiten“ durch Charkewitsch und Bongard.[22] Diese Vorgeschichte und die absehbare Weiterentwicklung des Informationsbegriffs prädestinieren ihn für die Beschreibung realer menschlicher Informationsprozesse auch in der Psychologie. Daß das intuitive Verständnis des Ausdrucks (jeder stellt sich unter „Information“ etwas vor!) [228] neben manchen Gefahren sicher auch große praktische Vorteile birgt, ist sicher unbestreitbar: Damit bietet er gleichzeitig ein interessantes Beispiel für die Dialektik von Anschaulichkeit und Abstraktion im Prozeß wissenschaftlicher Begriffsbildung.

c) Die Erkenntnis objektiver, allgemeiner und notwendiger Beziehungen zwischen wesentlichen Seiten der Dinge und Erscheinungen und deren Widerspiegelung in Form von Gesetzen ist das Ziel aller Wissenschaften, auch der Psychologie. Die Anwendung der Kybernetik gestattet nun bei vielen Fragen, wie sie in den angeführten Problemkreisen gestellt sind, erstmals Struktur-, Bewegungs- und, wie zu zeigen sein wird, auch Entwicklungsgesetze zu formulieren: Wie in jeder Wissenschaft führt dies zu einer Erweiterung der Kenntnis objektiver

[20] H. Hörz, Marxistische Philosophie und Naturwissenschaften Berlin 1975, S. 126.

[21] Vgl. W. Rose Ashby, Einführung in die Kybernetik. Frankfurt a.M. 1974; A. D. Ursul, Information – eine philosophische Studie, Berlin 1970.

[22] Vgl. A. A./Charkewitsch, Über den Wert einer Information, in: Probleme der Kybernetik, Bd. 4, Berlin 1974.

Determiniertheit und trägt zur weiteren Präzisierung der Determinismusauffassung bei, insbesondere hinsichtlich des Verhältnisses von dynamischen und statistischen Gesetzen und bestimmten Formen des Zusammenhangs, wie Möglichkeit und Wirklichkeit, Notwendigkeit und Zufall, Gesetz und Zufall usw. Die Klärung der Beziehung objektiver Gesetze zum menschlichen Handeln wird durch jene Gesetzerkenntnisse vorangetrieben. Die kybernetische Modellierung psychischer Vorgänge trägt also auf sehr konkrete und mitunter sehr komplizierte Weise zur Vervollkommnung des dialektischen Determinismus, der „Anerkennung der Bestimmtheit und Bedingtheit der objektiv-realen Dinge und Erscheinungen im Gesamtzusammenhang" bei.[23]

d) Mit Hilfe kybernetischer Methoden lassen sich objektiv-reale Entwicklungsprozeese widerspiegeln, ja, diese sind dafür sogar besonders prädestiniert. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten: *Erstens* kann die kybernetische Modellierung eine Klasse realer psychischer Prozesse abbilden, die durch einen Evolutionsaspekt miteinander verbunden sind. Ein Beispiel dafür sind organismische Lernprozesse. Ausgehend von der Modellierung der Strategie organismischer Informationsgewinnung und -verarbeitung, stellte beispielsweise F. Klix das Modell einer allgemeinen Lernstruktur auf, das es gestattet, die unterschiedlichen Lernprozesse einheitlich zu [229] behandeln.[24] Diese verschiedenen Lernprozesse sind beim Menschen nicht nur alle vorhanden, sondern sie stellen auch Evolutionsstufen der Herausbildung menschlichen Lernverhaltens, gewissermaßen „Momentaufnahmen" dieser Evolution, dar. Der Vergleich dieser „Momentaufnahmen" ergibt als *ein* Entwicklungskriterium die (quantitativ und qualitativ charakterisierbare!) Verminderung des Anteils angeborener Verhaltensmuster und die Erhöhung der Lernfähigkeit. Erst mit der Angabe eines Entwicklungskriteriums läßt sich aber überhaupt Entwicklung als Entstehen *höherer* Qualitäten begreifen,[25] kann man von „Entwicklungshöhe" sprechen. *Zweitens* lassen sich Entwicklungsprozesse von konkreten Individuen modellieren. So läßt sich beispielsweise der zeitliche Ablauf von Lernprozessen sowohl in qualitativer als auch in quantitativer Hinsicht gut erfassen, was in der Pädagogik eine große praktische Bedeutung besitzt.[26] Somit erweisen sich die Mittel und Methoden der Kybernetik für die Beschreibung und Analyse von Entwicklungsvorgängen als besonders geeignet, und in dieser Tatsache scheint ebenfalls ein wichtiger Grund für die wachsende Rolle der Kybernetik in der Psychologie zu liegen. Der Vergleich kybernetischer Beschreibungen eines sich entwickelnden Systems gestattet, Entwicklungskriterien abzuleiten, z. B. für das System organismischer Lernprozesse.

4. Die Kybernetik hat ihre Grenzen. Grenzen vorläufiger und, wie alle mathematisierten Methoden, Grenzen prinzipieller Natur. Die ersteren sind hier weniger interessant. Der mathematische Apparat der Kybernetik entwickelt sich selbst stürmisch, und da die *System*aspekte und nicht die *Methoden*aspekte das Gebiet konstituieren, werden nahezu *alle* verwendbaren mathematischen Methoden darin nutzbar gemacht. Damit trägt die Kybernetik aber gleichzeitig zur Weiterentwicklung der Mathematik bei. Der Bereich dar Kybernetik wird immer weiter, und zugleich auf Detailgebieten immer enger. Analog entwickeln sich die einzelnen Aspekte; so hat sich z. B. der Informationsbegriff außerordentlich verbreitert, das heißt, die vorläufigen Grenzen der Kybernetik erweitern sich sehr schnell. Daß kybernetische Methoden dennoch viele andere nicht ersetzen können, braucht nicht näher ausgeführt zu werden. Es gibt aber auch prinzipielle Grenzen. Diese sind [230] nicht derart, daß man angeben könnte, welche Problemkreise prinzipiell *nicht* mit kybernetischen Methoden zu behandeln sind. Sie hängen vielmehr mit zwei Fragestellungen zusammen: mit der begrenzten Beschreibbarkeit objekti-

---

[23] H. Hörz, Der dialektische Determinismus, in: Natur und Gesellschaft, 2., erw. Aufl., Berlin 1969. S. 56.
[24] F. Klix, Information und Verhalten, a. a. O.. S. 352.
[25] H. Hörz, Marxistische Philosophie und Naturwissenschaften, a. a. O., S. 326.
[26] Vgl. L. N. Landa, Algorithmierung im Unterricht, a. a. O.

ver Realität mit Hilfe mathematischer Methoden und Modelle, und mit der Notwendigkeit, mehrere Strukturniveaus zu erfassen.

Bewußt wurden im Vorangegangenen Begriffe der Widerspiegelung benutzt, wenn von der Rolle der Kybernetik in der Psychologie die Rede war. Reale psychische Erscheinungen und Vorgänge werden zunächst begrifflich widergespiegelt. Diese Widerspiegelung wird so lange weitergetrieben, bis es möglich ist, durch immer präzisere Begriffsfassung und immer genauere Erkenntnis der entsprechenden Beziehungen die begrifflich bezeichneten Objekte mit mathematischen Objekten, die begrifflich gefaßten Beziehungen mit mathematischen Beziehungen zu korrelieren. Je komplizierter die Objekte, je vielfältiger die Beziehungen sind, um so schwerer ist es natürlich, derartige Korrelationen aufzufinden. Es gibt jedoch keinen Grad von Kompliziertheit und Vielfalt, bei dem dies *prinzipiell* unmöglich wäre. Damit ist für *jedes historisch fixierte Niveau* der Einzelwissenschaft und der in ihr benutzten mathematischen Methoden und Mittel eine *Grenze der Anwendbarkeit* festgelegt. Die Überschreitung dieser Grenze führt stets zu wissenschaftlichen, weltanschaulichen und ideologischen Komplikationen. Dies gilt für die klassische Mechanik ebenso wie für die kybernetische Psychologie“!

Es gibt sachliche und ideologische Gründe für solche Grenzüberschreitungen. Die sachlichen beruhen auf der Tatsache, daß kybernetische Beschreibungen und Modelle gerade dazu aufgestellt werden, um komplizierte Prozesse durchschaubar oder sogar anschaulich zu machen. Man gewöhnt sich an die Beschreibung oft so sehr, daß man sie mit der Realität identifiziert und darüber die Grenzen ihrer Anwendbarkeit aus den Augen verliert.

Die ideologischen Gründe von Grenzüberschreitungen liegen in weltanschaulichen Ansichten oder Absichten, die sich umfangreich charakterisieren lassen[27]. Zusammenfassend ergibt sich also, daß die Modellierung psychischer Sachverhalte mit kybernetischen Methoden einen Spezialfall des Verhältnisses von mathematischer Beschreibung bzw. Erklärung und einzelwissenschaft-[231]licher Darstellung bildet. Zugleich erweist sich, daß kybernetische Methoden in der Psychologie besonders deshalb so fruchtbar sind, weil sie sowohl Struktur- und Prozeß- als auch und vor allem Entwicklungsvorgänge darzustellen gestatten. Gesetzesaussagen über mehrere Strukturebenen hinweg lassen sich mit ihrer Hilfe gewinnen, schließlich können auch Aussagen zur Wissenschaftsentwicklung selbst gemacht werden.

Die kybernetische Modellierung hat jedoch methodologische und, damit eng verbunden, philosophisch-weltanschauliche Grenzen, die nicht ohne Komplikationen überschritten werden dürfen.

Wie in anderen Wissenschaften bilden Fragen der Mathematisierung auch in der Psychologie sowohl fachlich-methodologisch wie ideologisch-weltanschaulich ein zentrales Problem, des einer weiteren philosophischen Durchdringung notwendig bedarf.

[27] J. Erpenbeck, Psychologie und Erkenntnistheorie. Berlin 1980, S. 194 ff.